

Emelt szintű érettségi mérések fizikából (kiegészítésekkel)

1. Súlymérés.....	2
2. A rugóra függesztett test rezgésidejének vizsgálata	5
3. Forgási energia mérése, tehetetlenségi nyomaték számítása	7
4. Tapadókorongos játékpisztoly-lövedék sebességének mérése ballisztikus ingával	9
5. A nehézségi gyorsulás értékének meghatározása a matematikai inga lengésidejének vizsgálatával.....	11
6. Pattogó pingponglabda mozgásának vizsgálata <i>Tracker</i> videóelemző program segítségével.....	13
7. A hang sebességének mérése állóhullámokkal	17
8. Szilárd test és folyadék sűrűségének meghatározása.....	19
9. Szilárd anyag (alumínium) fajlagos hőkapacitásának (fajhőjének) meghatározása	22
10. Kristályosodási hő mérése	24
11. Ekvipotenciális vonalak kimérése elektromos térben.....	27
12. A dinamika alaptörvényének alkalmazása	30
13. Az áramforrás paramétereinek vizsgálata	33
14. Zseblámpaizzó ellenállásának mérése Wheatstone-híddal	36
15. Félvezető (termisztor) ellenállásának hőmérsékletfüggése Termisztoros hőmérő készítése.....	39
16. Felületi feszültség mérése	42
17. A víz törésmutatójának meghatározása.....	45
18. A domború lencse fókusz távolságának meghatározása ún. Bessel-módszerrel	48
19. A fényelhajlás jelensége optikai rácson, a fény hullámhosszának meghatározása.....	51
20. Erőhatás távolságfüggésének kimérése neodímium mágnesek között	54

1. Súlymérés

Feladat:

Rakja össze a kiadott eszközöktől függően valamelyik ajánlott kísérleti összeállítást!

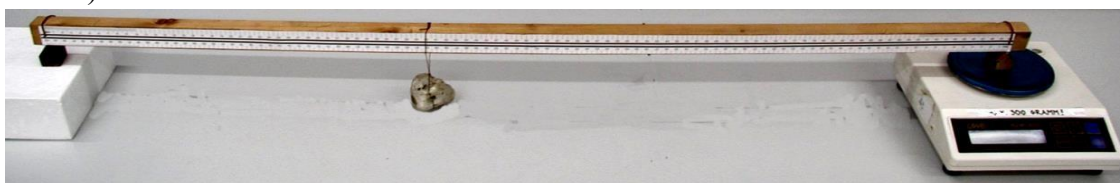
- Határozza meg a leírás szerint, a munkahelyen található test súlyát! (A kiadott test súlya meghaladja a mérleg méréshatárát, ezért közvetlenül nem mérhető.)
- Készítsen a mérésről az erőket feltüntető értelmező rajzot!

Szükséges eszközök:

Az 1 métert kicsit meghaladó hosszú farúd, centiméter beosztású skálával (a rúd súlya a mérendő test súlyával összemérhető), mérleg (ajánlott a digitális asztali mérleg, de lehet egyszerű rugós erőmérő is), akasztózsineggel ellátott, ismeretlen súlyú kődarab (a kő súlya kevéssal meghaladja a rendelkezésre álló mérleg /erőmérő méréshatárát), méteres mérőszalag, támasztó ékek, (rugós erőmérő alkalmazása esetén Bunsen-állvány, zsinegek).

A kísérleti összeállítás két ajánlott változatát a fotók mutatják.

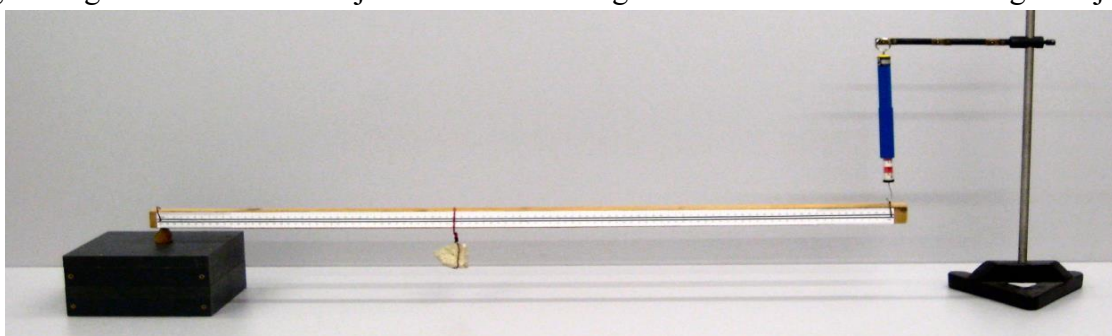
A) változat:



A fa lécet (a képeken látható 2x3 cm keresztmetszetű és 1 métert valamivel meghaladó hosszúságú) vízszintes helyzetben feltámasztjuk. A rúd egyik vége digitális asztali mérlegre helyezett ékre, a másik egy azonos magasságú ékre támaszkodik. A két alátámasztási pont távolsága 1 m. A lécz oldalára méteres papír mérőszalagot célszerű előre felragasztani. A mérendő súlyú kődarab a rákötött hurokkal akasztható a lécre.

B) változat

A centiméterskálával ellátott lécz egyik végét ékkel feltámasztjuk, a mérendő súlyú kődarab akasztó zsinegét a rúdra húzzuk, majd a rúd szabad végét – a feltámasztott végtől 1 m távolságban rugós erőmérőre akasztjuk. Az erőmérő megemelésével a rudat vízszintesig emeljük.



A mérés leírása

Helyezze az ismeretlen súlyú testet a rúd legalább négy különböző helyére, mérje meg ezek távolságát az alátámasztástól, és határozza meg, hogy mekkora erő hat a rúd mérleggel (erőmérővel) egyensúlyban tartott végén!

- Készítsen a mérésről az erőket feltüntető értelmező rajzot!
- A mért hosszúság- és erőadatokból határozza meg az ismeretlen test súlyát!

Megjegyzés:

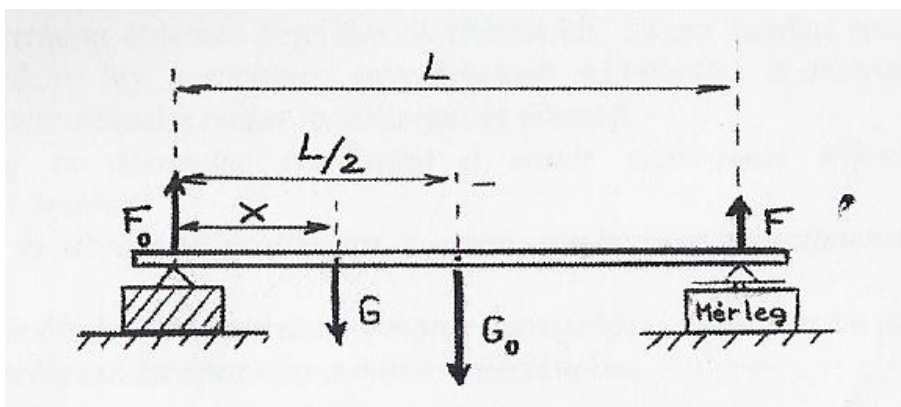
A mérést a vizsgaközpont által mellékelt vázlatrajz alapján a tanulónak kell összeállítania.

1. tétel

Javaslat a felelet felépítésére:

- Ismertesse a súly fogalmát!
- Értelmezze az elkészített rajzon a súly mérésére használt kísérleti összeállítást! Miként lehetséges az adott összeállításban a mérleg (rugós erőmérő) méréshatárát meghaladó súly meghatározása?
- Ismertesse a mérés kiértékelését és az eredményt! Becsülje meg a mérés hibáját! Elemezze, hogy miért nem egyforma pontosságú a négy mérése!

1. A test súlya az az erő, ami nyomja az alátámasztást vagy húzza a felfüggesztést. Mértékegysége a newton, mértékegységének a jele: N. A rúdra ható erők forgatónyomatékainak egyenlősége miatt tudjuk meghatározni az ismeretlen test súlyát. A mérlegre ható erőnek nagyobb az erőkarja, mint az ismeretlen súlynak, ezért kisebb erőre van szükség. ($M = F \cdot k$)
2. Készítsünk értelmező rajzot az erőkről!



3. Ügyeljünk rá, hogy a rúd végig vízszintes maradjon (pl. az állványon fel-le mozgatva az alátámasztást), mivel az egyensúlyt így a függőleges hatásvonalú erők biztosítják!
4. Először csak a rudat mérjük!

$$G_0 \cdot \frac{L}{2} = F \cdot L (= m \cdot g \cdot L)$$

$$G_0 = 2F = 2,21 \text{ N}$$

5. Az ismeretlen súlyú testet helyezzük a rúd legalább négy különböző helyére, és mérjük meg a testnek az alátámasztási ponttól való távolságát (x) és az egyensúlyban tartáshoz szükséges erőt (F)! Mérleg esetén: $F = m \cdot g$
6. Vegyünk fel táblázatot!

	1.	2.	3.	4.
x (m)	0,2	0,3	0,6	0,8
F (N)	1,38	1,52	1,94	2,22
G (N)	1,375	1,38	1,39	1,39
$\Delta G(N) \left G - G_{\text{átlag}} \right $	0,00875	0,00375	0,00625	0,00625
$\delta G(\%) \frac{\Delta G}{G} \cdot 100\%$	0,64	0,27	0,45	0,45

5. A felírt egyenletekből számítsuk ki az ismeretlen test súlyát! ($L = 1 \text{ m}$)

$$G_0 \cdot \frac{L}{2} + G \cdot x = F \cdot L$$

$$G = \frac{F - \frac{G_0}{2}}{x} \cdot L$$

A négy mért súly értékből a test súlya átlagolással számítható:

$$G_{\text{átlag}} = \frac{G_1 + G_2 + G_3 + G_4}{4} = 1,38 \text{ N}$$

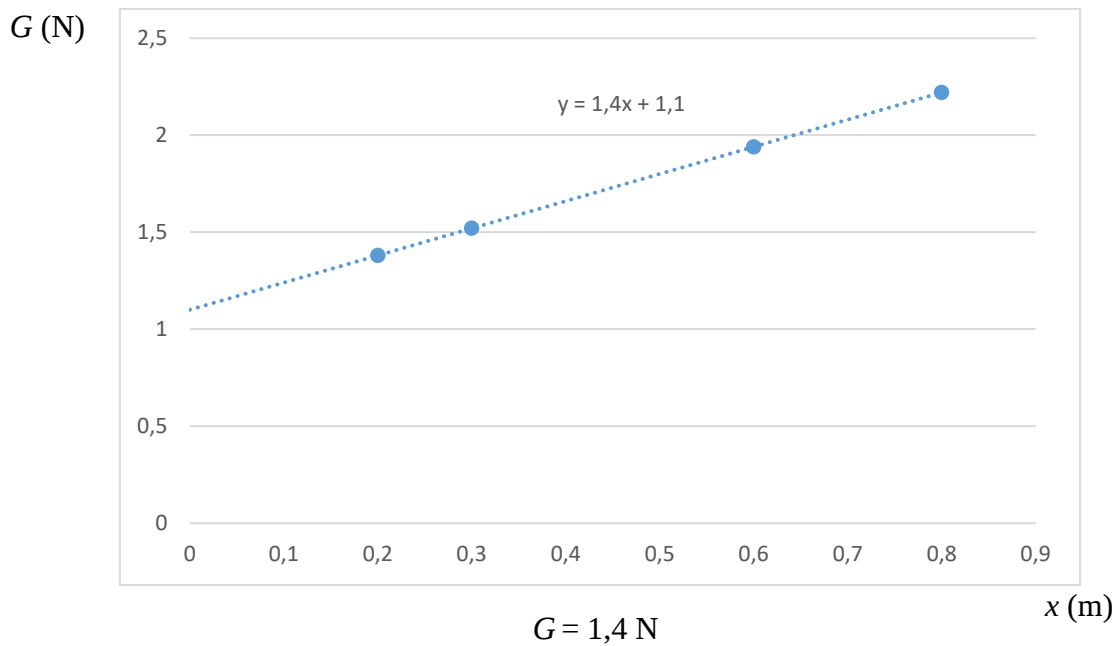
7. Hibaszámítás

$$\Delta G_{\text{átlag}} = \frac{|G_1 - G_{\text{átlag}}| + |G_2 - G_{\text{átlag}}| + |G_3 - G_{\text{átlag}}| + |G_4 - G_{\text{átlag}}|}{4} = 0,00625 \text{ N}$$

$$\delta G_{\text{átlag}} = \frac{\delta G_1 + \delta G_2 + \delta G_3 + \delta G_4}{4} = 0,45\%$$

Egy másik lehetőség:

$$F = \frac{G}{L} x + \frac{G_0}{2}$$



2. A rugóra függesztett test rezgésidejének vizsgálata

Feladat:

Igazolja mérésekkel a harmonikus rezgőmozgás periódusidejének az ismert rezgésidő képlettel megadott tömegfüggését! Határozza meg a kiadott kódarab tömegét a közölt leírás szerint!

Szükséges eszközök:

Bunsen-állvány, -dió, a dióba befogható rúd a rugó rögzítéséhez, rugó, ismert tömegű egységekből álló tömegsorozat, ismeretlen tömegű kódarab akasztóval (tömege kisebb legyen, mint a teljes tömegsorozaté), stopper.

Megjegyzés:

Az állványra rögzített rugót készen kapja a vizsgáló. (A rugó felfüggesztési magasságával behatárolható, hogy a túlzott megnyújtás miatt a rugó ne károsodhasson.) A tömegsorozat legalább 4 tagból álljon.

A kísérleti összeállítást a fotó mutatja.

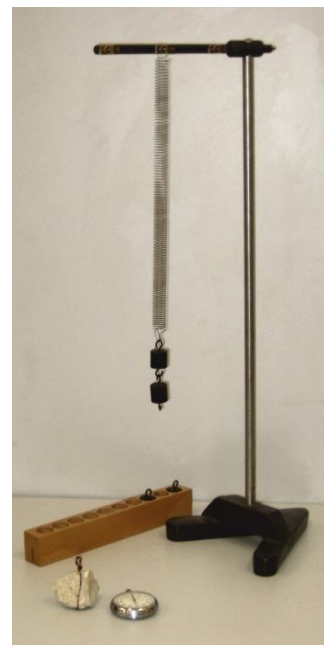
A mérés leírása

A rezgésidőképlet igazolására akasszon különböző nagyságú tömegeket a rugóra és mindegyik tömeg esetén mérje a rezgésidőt! (A tömeg változtatásához egyforma egységekből álló tömegsorozatot célszerű használni.) Az időmérés hibájának csökkentésére 10 rezgés idejét mérje, és ossza 10-zel.)

A rezgésidőképlet szerint egy adott rugó esetén a rezgésidő a rezgő tömeg négyzetgyökével arányos:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{D}} \sqrt{m}$$

- A mérési eredményeket foglalja táblázatba, majd grafikus ábrázolással igazolja a $T \sim \sqrt{m}$ arányosságot!
- Akassza az ismeretlen testet a rugóra és mérje meg a rezgésidőt! Az így mért rezgésidő és az előzőleg kimért grafikon alapján határozza meg az ismeretlen test tömegét!



<https://www.youtube.com/watch?v=gVr-UOC20ko>

2. tétel

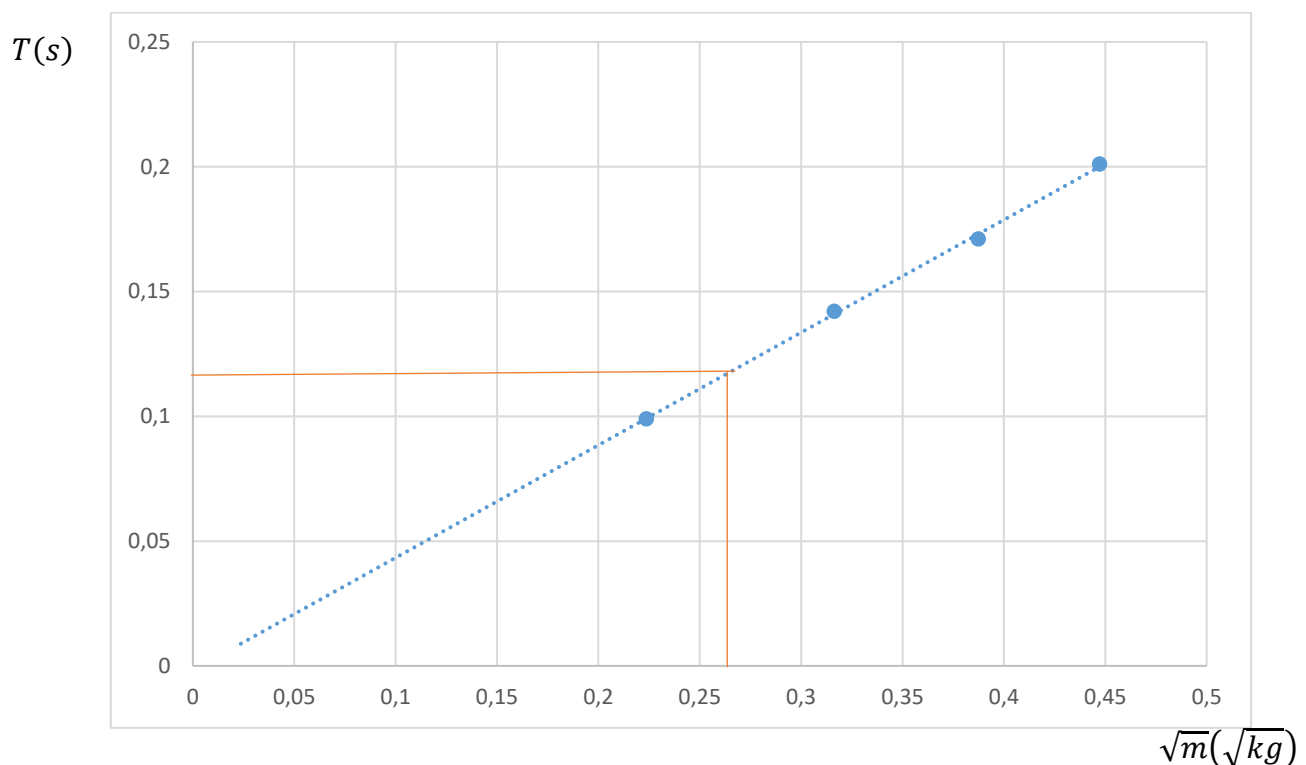
Javaslat a felelet felépítésére:

- Ismertesse az elvégzett kísérletet, és mutassa be a mérési eredményeit!
- Magyarázza meg, miért célszerű a $T - \sqrt{m}$ grafikus ábrázolás a feladat megoldása során!
- Adja meg az ismeretlen tömegű test méréssel meghatározott tömegét! Ne feledkezzen meg a mérés hibájának becsléséről sem!

1. Különböző (ISMERT) tömegű testeket akasztunk rugóra egymás után, s megmérjük a rezgésidőt! (A mérést kezdjük a legnagyobb tömegű testtel!)

	1. mérés	2. mérés	3. mérés	4. mérés
$10T$ (s)	2,01	1,71	1,42	0,99
T (s)	0,201	0,171	0,142	0,099
m (kg)	0,2	0,15	0,1	0,05
$\sqrt{m}$ ($\sqrt{kg}$)	0,45	0,39	0,32	0,22

2. Ábrázoljuk a periódusidőt a $\sqrt{m}$ függvényében! (LINEARIZÁLÁS)! $T = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{D}} \cdot \sqrt{m}$



4. Helyezzük az ismeretlen tömegű testet rugóra és mérjük meg a rezgésidőt!

$$10T = 1,22 \text{ s, vagyis } T = 0,122 \text{ s}$$

5. A rezgésidő ismeretében a grafikonról leolvashatjuk az ismeretlen tömeg értékét!

$$\sqrt{m} = 0,27\sqrt{kg}, \text{ vagyis } m = 0,0729 \text{ kg} = 7,29 \text{ g}$$

6. A mérés hibája az időmérésből származhat, de azt a 10 rezgés idejének mérésével 10-ed részére csökkentettük. Másik hibalehetőség a tömeg gyökének számításakor fellépő kerekítés (kb. 1%), illetve a grafikonról való leolvasás pontatlansága lehet.

3. Forgási energia mérése, tehetetlenségi nyomaték számítása

Feladat:

Állapítsa meg méréssel és számolással egy lejtőn leguruló, gördülő csődarab forgási energiáját! Számítsa ki a csődarab tehetetlenségi nyomatékát!

Szükséges eszközök:

Egy kb. 1-1,5 méter hosszú, nagyon kicsi emelkedésű lejtő; nagyméretű (kb. 8-10 cm átmérőjű), vékony falú fémcső néhány centiméteres darabja; mérőszalag; stopper; mérleg.



A mérés leírása:

Mérje meg a csődarab tömegét és sugarát! Győződjön meg arról, hogy a cső falvastagsága a sugarához viszonyítva nagyon kicsi!

Az 1 méteren 2-3 cm-t emelkedő, kellően érdes felületű lejtőn gurítsa le kezdősebesség nélkül a csődarabot! Mérje meg a legördülés idejét legalább ötször, majd a lejtő hosszának, magasságának és a mért időtartamoknak az ismeretében, a gördülési feltétel felhasználásával végezze el az alábbi számításokat! Válaszoljon a kérdésekre!

- *A mért adatok ismeretében határozza meg a cső haladó mozgásának energiáját a lejtő alján!*
- *Az energiamegmaradás alapján határozza meg a cső forgási energiáját!*
- *A legördülési kísérletek eredménye alapján határozza meg a csődarab tehetetlenségi nyomatékát!*
- *A csődarab tömege és geometriai adatai alapján számítsa ki a csődarab tehetetlenségi nyomatékát!*
- *Határozza meg az utóbbi számítás esetén a tehetetlenségi nyomatékra vonatkozó eredményének relatív hibáját! Milyen tényezők okozhatták a mérés pontatlanságát?*

<https://www.youtube.com/watch?v=qeQ8qyOHZIE>

3. tétel

Javaslat a felelet felépítésére:

- **Ismertesse a csődarab lejtő alján mért sebességének meghatározási módját, a forgási energia meghatározását! Végezze el a számításokat!**
- **Adja meg a csődarab lejtő alján mért forgási energiájának és a tehetetlenségi nyomatékának kapcsolatát! Adja meg a tehetetlenségi nyomatékra vonatkozó számítási eljárást a cső tömege és geometriai adatai alapján! Mutassa be a számítások eredményét!**
- **Értelmezze és elemezze a két mérési eljárás eredménye közötti eltérés lehetséges okait, a mérések hibáját!**

Csődarab tömege $m = 0,01$ kg

Csődarab sugara $r = 0,0315$ m

Lejtő hossza: $s = 0,7$ m

Lejtő magassága: $h = 0,1$ m

Legördülés ideje:

	1.	2.	3.	4.	5.	átlag
t (s)	1,40	1,43	1,39	1,41	1,42	1,41

A csődarab egyenes vonalú egyenletesen változó (gyorsuló) mozgást végez. A sebessége a lejtő alján legyen v , ekkor: $s = \frac{0+v}{2}t$, tehát $v = \frac{2s}{t} = \frac{2 \cdot 0,7 \text{ m}}{1,41 \text{ s}} = 0,99 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

A cső haladó mozgásának az energiája: $E_m = \frac{1}{2}mv^2 = 0,00495$ J

Az energiamegmaradás alapján: $E_h = E_m + E_f$, tehát a cső forgási energiája:

$$E_f = mgh - \frac{1}{2}mv^2 = 0,00486 \text{ J}$$

A csődarab forgási energiája: $E_f = \frac{1}{2}\Theta\omega^2$, tiszta gördülés esetén $v = r\omega$, tehát a csődarab tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta_1 = \frac{2E_f \cdot r^2}{v^2} = 9,84 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$$

A csődarab egy gyűrűnek felel meg, aminek a tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta_2 = m \cdot r^2 = 9,92 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$$

A geometriai számítás relatív hibája az előző értékhez képest:

$$\delta\Theta = \frac{|\Theta_2 - \Theta_1|}{\Theta_2} \cdot 100\% = 0,8\%$$

3. tétel – értékelési szempontok

1. A kísérlet összeállítása, a mérés elvégzése: 6 pont

2. Megfelelő elméleti háttértudás a témakörben: 7 pont

3. A mérési eljárás és az eredmények szakszerű bemutatása a szükséges számításokkal alátámasztva: 8 pont

4. A mérés körülményeinek elemzése: 4 pont

4. Tapadókorongos játékpisztoly-lövedék sebességének mérése ballisztikus ingával

Feladat:

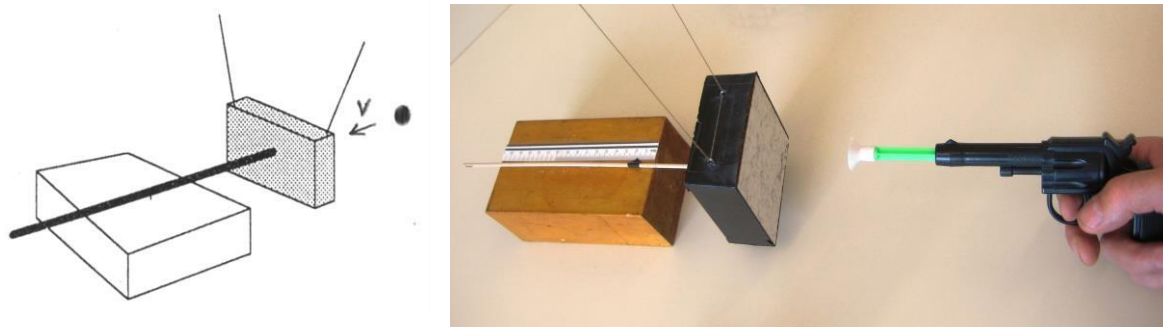
Ballisztikus inga segítségével határozza meg a játékpisztoly-lövedék sebességét! Ehhez mérje meg, hogy a lövést, majd a rugalmatlan ütközést követően mennyire lendül hátra az inga a rátapadt lövedékkel, és mekkora az együttes lengésidejük!

Szükséges eszközök:

Tapadókorongos műanyag játékpisztoly (a lövedék tömege adott), ismert tömegű, fényes felületű vastag bútorlapból készült inga, hosszú zsineggel bifilárisan állványra felfüggesztve, hurkapálca ráragasztott vékony szigetelőszalag csíkkal elmozdulásának méréséhez, megfelelő magasságú támasz (fahasáb), amin a hurkapálca akadálytalanul elcsúszhat, és amelyre mm-es beosztású papír mérőszalagot ragaszthatunk, stopper.

A mérés leírása:

A kísérleti összeállítást az ábra mutatja.



A bifilárisan felfüggesztett inga mögé néhány cm távolságba rakja le a támaszt, és erre fektesse a hurkapálcát úgy, hogy az hátulról éppen érintse az ingatest középpontját. A játékpisztollyal előlről, az inga lapjára merőlegesen lőjön, a hasáb közepét (tömegközéppont) megcélozva. (A célzásakor a pisztolyt tartsa távolabb az ingától, mint a tapadókorongos lövedék szára!) Jó célzás esetén a tapadókorong megtapad az ingán, és az inga hátralendül anélkül, hogy közben billegne

- *Mérje le, mennyire tolta hátra a kilendülő ingatest a hurkapálcát a támaszon! A mérést ismételje meg háromszor, az átlaggal számoljon a továbbiakban!*
- *Stopperrel mérje meg az inga 10 lengésének idejét (a rátapadt lövedékkel együtt) és határozza meg a lengésideőt!*
- *A lengésideő és a maximális kilendülés mért értékeinek felhasználásával határozza meg a harmonikus lengés maximális sebességét! (A csekély mértékben kilendülő inga mozgása harmonikus rezgőmozgásnak tekinthető.)*
- *A rugalmatlan ütközésre érvényes lendületmegmaradási törvényt felhasználva számítsa ki a tapadókorongos lövedék sebességét az ütközés előtt!*

<https://www.youtube.com/watch?v=ugyEzOmSULw>

4. tétel

Javaslat a felelet felépítésére:

- Írja le a rugalmatlan ütközés jelenségét, majd értelmezze a jelenséget a lendületmegmaradás és az energiamegmaradás szempontjából!
- Ismertesse a kísérlet összeállítását és a mérés lényegét! Magyarázza el, hogyan lehet a kilendülés mértékéből és a lengésideből az ütközés utáni sebességet kiszámítani!
- Mutassa be a mérési eredményeit! Milyen más kísérleti módszerrel ellenőrizné az eredmény helyességét?

Rugalmatlan ütközésről akkor beszélünk, ha az ütköző testeknek egyforma lesz a sebességük (összetapadva haladnak tovább, vagy megállnak). Mivel az ütköző testek zárt rendszert alkotnak, ezért a lendületmegmaradás törvénye érvényes az ütközésre. A mechanikai energiák megmaradása nem érvényesül rugalmatlan ütközésnél, mert nem csak konzervatív erők lépnek fel. Az energiamegmaradás törvénye természetesen érvényesül, mert a mozgási energia egy része belső energiává alakul.

	1.	2.	3.
A (m)	0,096	0,094	0,095
$A_{\text{átlag}}$ (m)	0,095		
10T (s)	10,7	10,75	10,65
T (s)	1,07	1,075	1,065
$T_{\text{átlag}}$ (s)	1,07		

A lengéside és a maximális kilendülés mért értékeinek felhasználásával határozza meg a harmonikus lengés maximális sebességét!

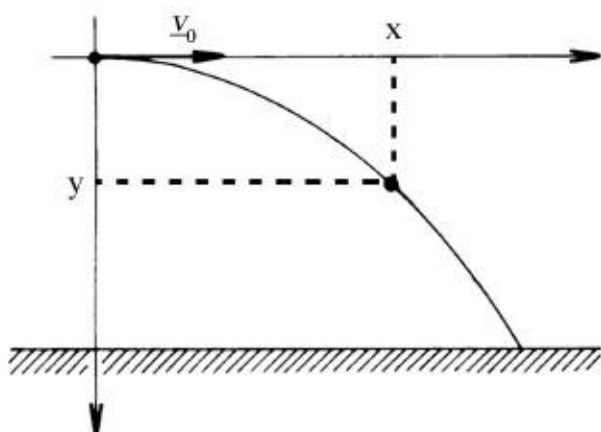
$$v_{\max} = A_{\text{átlag}} \cdot \omega = A_{\text{átlag}} \cdot \frac{2\pi}{T_{\text{átlag}}} = 0,558 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A rugalmatlan ütközésre érvényes impulzusmegmaradás-törvényt felhasználva számítsa ki a tapadókorongos lövedék sebességét az ütközés előtt!

$$m \cdot v_{\text{lövedék}} = (m + M)v_{\max}$$

$$v_{\text{lövedék}} = \frac{(m + M)v_{\max}}{m} = \frac{(0,004 \text{ kg} + 0,112 \text{ kg}) \cdot 0,558 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,004 \text{ kg}} = 16,18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Például vízszintes hajítás segítségével is lehetne ellenőrizni az eredményt:



$$y = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$x = v_{\text{lövedék}} \cdot t$$

$$v_{\text{lövedék}} = \frac{x}{t} = \frac{x}{\sqrt{\frac{2y}{g}}} = x \sqrt{\frac{g}{2y}}$$

5. A nehézségi gyorsulás értékének meghatározása a matematikai inga lengésidejének vizsgálatával

Feladat:

Igazolja mérésekkel, hogy viszonylag kis amplitúdók esetén a matematikai inga lengésideje nem függ sem az inga szögkitérésétől, sem a kisméretű ingatest tömegétől. A matematikai inga lengésidejének mérésére alapozva határozza meg a nehézségi gyorsulás értékét!

Szükséges eszközök:

Öt különböző hosszúságú fonál, mindkét végükön hurokkal (hosszuk lehet például 50 cm, 75 cm, 100 cm, 125 cm és 150 cm); két egyforma kampós ingatest; stopperóra; térképállvány vagy olyan Bunsen-állvány, amelyről egy vízszintes rúd kilógatható a mérőasztal elé; milliméterpapír.

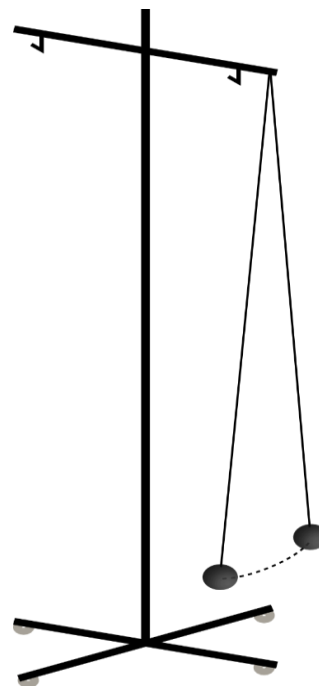
A mérés leírása:

A legnagyobb ingahossznál mérje meg az inga lengésidejét legalább három különböző, viszonylag kicsi szögkitérés esetén (ezek lehetnek például 5-10, 10-15 és 15-20 fokosak), majd hasonlítsa össze a mért értékeket! Ismételje meg ugyanezt a mérést úgy is, hogy a leghosszabb fonál végére két egyforma ingatestet akaszt. Kis szögkitéréssel indítva mérje meg mind az öt különböző hosszúságú fonál használatával a matematikai inga lengésidejét (egy ingatestet akasztva a fonalakra).

Megjegyzés:

Az időmérés hibájának csökkentése érdekében minden alkalommal mérjen 10 teljes lengést, majd a mért értéket ossza el 10-zel!

- Igazolja, hogy a lengésidő adott ingahosszúságnál nem függ a szögkitéréstől!
- Igazolja, hogy a lengésidő adott ingahosszúságnál nem függ az ingatest tömegétől!
- Öt különböző ingahosszúság mellett határozza meg az inga lengésidejét az ábra szerinti elrendezésben! Minden esetben mérjen legalább kétszer 10 teljes lengést, majd átlagoljon!
- Foglalja táblázatba a különböző hosszúságokat és lengésidőket, illetve a lengésidők négyzetét! Ügyeljen arra, hogy az adatok a táblázatban SI-mértékegységben legyenek feltüntetve!
- Ábrázolja milliméterpapíron a lengésidők négyzetét az ingahosszak függvényében! Vonjon le következtetést a kapott grafikonból!
- A kapott grafikon meredekségéből számítsa ki a nehézségi gyorsulás értékét!
- Milyen tényezők befolyásolhatták a mérés pontosságát?



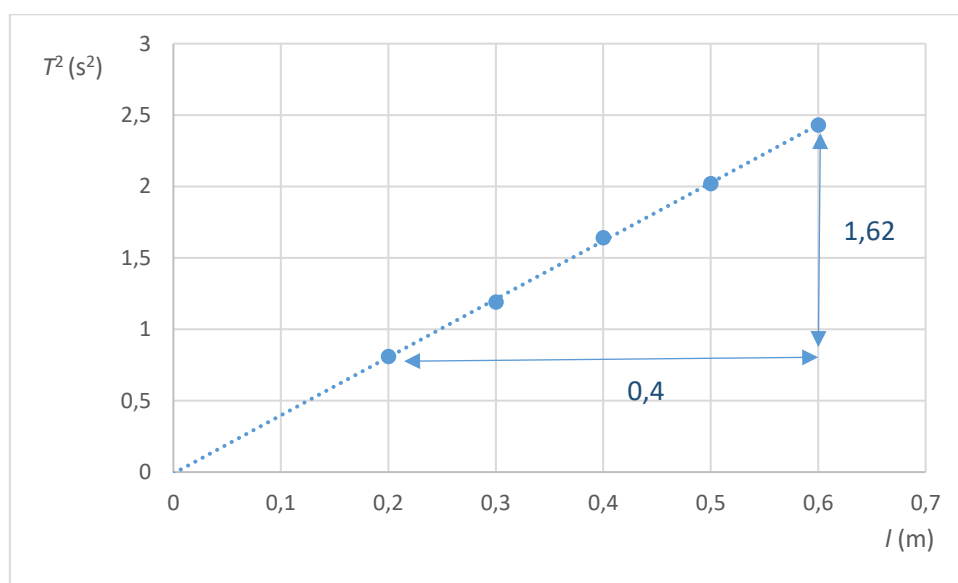
<https://www.youtube.com/watch?v=s9PFHqff7G0>

5. tétel

Javaslat a felelet felépítésére:

- Ismertesse a matematikai inga lengésének elméleti leírását!
- Értelmezze a kapott eredményeket az elmélet szempontjából!
- Elemezze az esetleges mérési pontatlanságok okait!

l (m)	$10 \cdot T_1$ (s)	$10 \cdot T_2$ (s)	$T_{\text{átl.}}$ (s)	T^2 (s ²)
0,2	8,97	9,02	0,9	0,81
0,3	10,95	10,86	1,09	1,19
0,4	12,73	12,81	1,28	1,64
0,5	14,15	14,24	1,42	2,02
0,6	15,51	15,65	1,56	2,43



$$T^2 \sim l$$

$$\left(T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \right)$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l \quad (y = ax)$$

$$\frac{4\pi^2}{g} = \frac{1,62}{0,4} = 4,05$$

$$g = \frac{4\pi^2}{4,05} = 9,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

A mérés pontatlanságát a fonalak hosszának mérésénél elkövetett hibák és az időmérés hibája okozhatta.

5. tétel – értékelési szempontok

1. A kísérlet összeállítása, a mérések elvégzése: 7 pont
2. Megfelelő elméleti háttértudás a témakörben: 5 pont
3. A mérési eljárás és az eredmények szakszerű bemutatása: 7 pont
4. A lehetséges hibák elemzése: 6 pont

6. Pattogó pingponglabda mozgásának vizsgálata Tracker videóelemző program segítségével

Feladat:

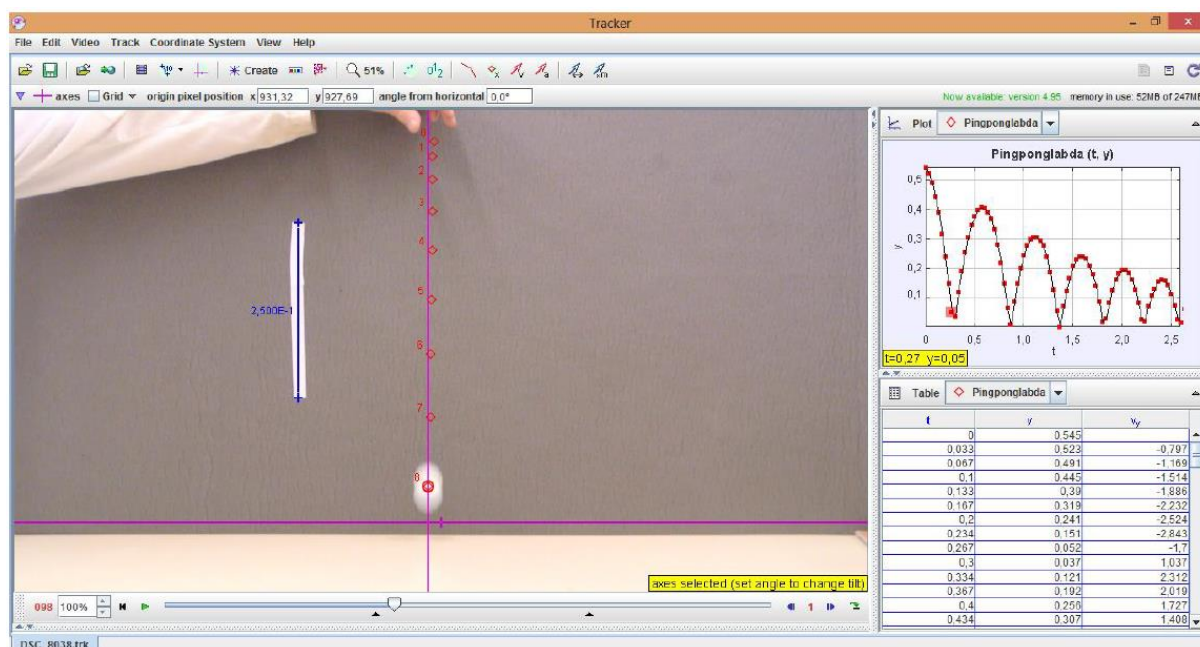
Készítsen videofelvételt egy kezdősebesség nélkül leejtett pingponglabda mozgásáról! Elemezze a labda mozgását Tracker videóelemző program segítségével!

Szükséges eszközök:

Pingponglabda; hosszúságetalon (pl.: hosszú vonalzó); esetleg erős lámpa; számítógép Tracker szoftverrel; kamera (videokamera, web-camera vagy rövid filmfelvétel készítésére is alkalmas fényképezőgép).

A mérés leírása:

A pingponglabda pattogását rögzítse mozgóképen a kamera segítségével! A képbe helyezze be az ismert hosszúságú etalont a kamera irányára merőlegesen! Ügyeljen arra, hogy a pingponglabda pályája minél jobban kitöltse a képmezőt, és hogy a kamera vízszintesen nézzen a pattogó labdára! Célszerű a labdát erős fénnel megvilágítani és a kamerát állványon rögzíteni.



A filmen rögzített mozgást elemezze a Tracker program segítségével! A labdát a képkockákon tömegpontnak jelölve készítse el a programmal a mozgás magasság–idő, illetve függőleges sebesség–idő grafikonját! A grafikonok segítségével válaszoljon az alábbi kérdésekre!

Megjegyzés:

Közvetlenül a talajra érkezés pillanata előtt és után fordulhat elő, hogy a labda képe elmosódott, ekkor a legnagyobb a labda sebessége. A jelenség nem okoz túl nagy pontatlanságot, ha a felvételen a tömegpont helyének kiválasztásakor minden képkockán a folt geometriai közép-pontját jelöljük meg. A képbe helyezett hosszúságetalon segít abban, hogy a program a távolságokat helyesen mérje fel.

- Adja meg az első öt lepattanás idejét, és ezen lepattanások esetén a leérkezés és a felfelé indulás sebességét!
- Milyen viszony fedezhető fel a leérkezések sebessége, illetve a hozzájuk tartozó visszapattanás sebessége között? Magyarázza meg ennek okát!

- *Határozza meg az első öt lepattanás után azt a sebességet, amellyel fölfelé indul a labda, illetve amellyel utána visszaérkezik a földre! Hasonlítsa össze és értelmezze az adatokat!*
- *Elemesse az esetleges mérési pontatlanságok okait!*

Az ingyenes *Tracker*-program 2017 májusa óta megjelent verziói már magyar nyelvű menüket is tartalmaznak. Az angolul elinduló programban az Edit → Language menüpont alatt ki lehet választani a magyar nyelvet. Ezután (a már magyar menüpontoknál) a Szerkesztés → Beállítások → Képernyő → Nyelv alatt be lehet állítani alapértelmezett nyelvnek a magyart, és a Mentés gombbal rögzíteni a választást. Ezután legközelebb már magyarul fog elindulni a program. Segítségül szolgálhat a felkészülésben az alábbi rövid leírás, mely a *Tracker* méréshez tartozó funkcióit mutatja be.

Rövid útmutató a *Tracker* program használatához:

1. Az elkészített videófájl beolvasása a Fájl → Importálás → Videó menüpontokkal lehetséges.
2. A videóablakban a Létrehozás → Kalibrációs Eszközök → Kalibrációs Rúd segítségével létrehozhatunk egy „vonalzót” a videó első képkockáján, amely segít a programnak a távolságokat meghatározni. A vonalzót jelölő szakasz végpontjait egérrel a videóban elhelyezett hosszúságetalonhoz igazítva és a szakasz mellett megjelenő számértékbe az etalon hosszát beírva pontos pozícióértékeket kaphatunk.
3. Ugyancsak a videóablakban a Létrehozás → Kalibrációs Eszközök → Referenciapont menüpontok segítségével egy origót helyezhetünk el a képen. A program a koordinátaértékeket ettől a ponttól fogja számolni. Az origót szintén egérrel a képen tetszőlegesen elhelyezhetjük. (Az origót, illetve a hosszúságetalont később is bármikor igazíthatjuk vagy átállíthatjuk, ilyenkor a már addig beolvasott pozícióadatok is megváltoznak.)
4. A Létrehozás → Tömegpont menüpont segítségével új tömegpontot hozhatunk létre. A tömegpont helyét a képen Shift + egérekattintással határozhatjuk meg, ilyenkor a labda pozíciója megjelenik a jobb oldali táblázatban adatként, illetve a jobb felső sarokban elhelyezkedő grafikonon. A program a kattintásra egy képkockával automatikusan lépteti a videót, így a Shift gombot lenyomva tartva és az egérrel ismételten a labda közepére kattintva végig rögzíthetjük a labda mozgásának pozícióadatait. Az első pont elhelyezése előtt a videóablak jobb alsó sarkában található kék nyíllal célszerű a videót ahhoz a képkockához előreléptetni, amelyik közvetlenül megelőzi a mozgás kezdetét. A manuális kijelölés helyett választhatjuk az Automatikus nyomkövető használatát is. Ezt az eszközt a középső menüsorból érhetjük el, a Létrehozás menüponttól kettővel jobbra található az ikon. Ezen eszközön belül egy referenciaképkocka létrehozása után (amelyen bejelöljük a labda környezetét és helyzetét) a program nagy biztonsággal végigköveti a labda mozgását a filmen. Amennyiben a választásában bizonytalan (ez esetleg a visszapattanásnál bekövetkező gyors irányváltásnál fordulhat elő) segítséget kér tőlünk. A program grafikus elemeinek jelentése nem mindig triviális, így a menüsorban szereplő ikonoké sem az, de az egérmutatót az ikon fölé helyezve pár másodperc elteltével mindig kapunk egy kis segítséget egy felugró ablakocskában. Ez a program bármely részében elhelyezkedő összes grafikus elemre igaz, így az állítógombokra, csúszkákra, stb.
5. Az adatokat a program automatikusan megjeleníti a jobb oldalon látható grafikonon. A grafikont a jobb felső sarokban lévő nyíllal nagyíthatjuk. Alapértelmezésben az $x(t)$ grafikon jelenik meg, de a tengelyeken elhelyezett feliratra kattintva kiválaszthatjuk az azon a tengelyen ábrázolt adatot, így az $y(t)$, illetve $v_y(t)$ grafikon szintén azonnal megkapható.

<https://www.youtube.com/watch?v=A84KLFzaJ98>

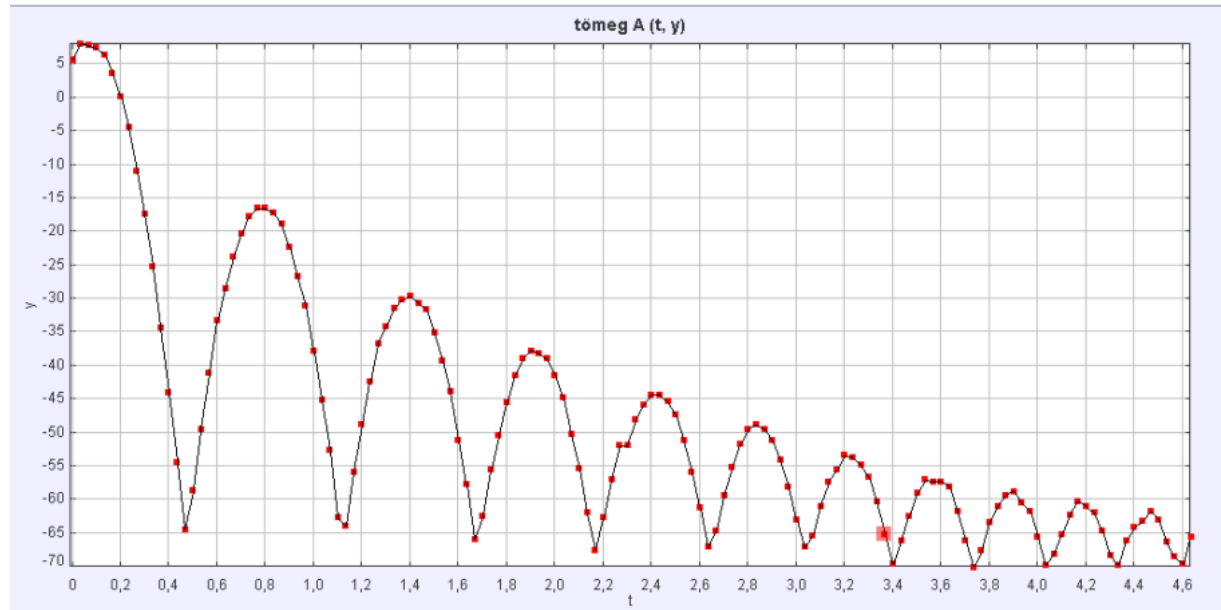
6. tétel

Javaslat a felelet felépítésére:

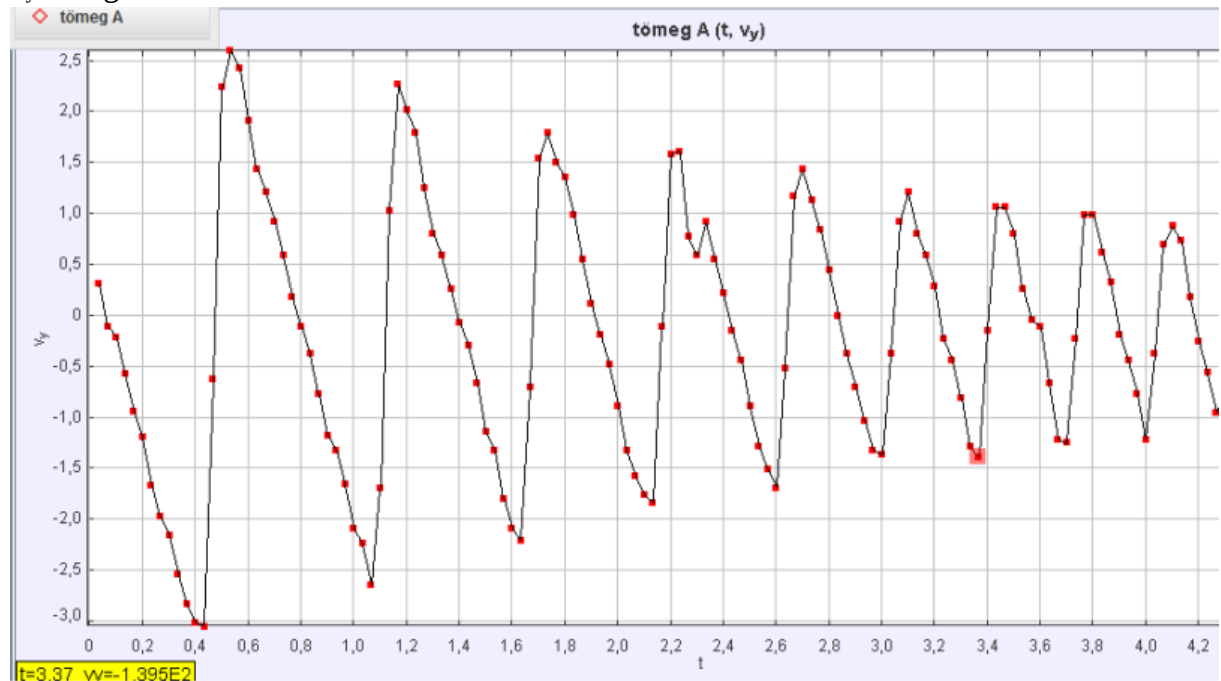
- Ismertesse a mérést, adja meg a leérkezési és visszapattanási sebességek nagyságát, a köztük lévő különbségeket a talajtérés, majd az azt követő (hozzá tartozó) fölfelé indulás és a fölfelé indulás, s az azt követő ismételt talajérés viszonylatában!
- Magyarázza meg mindkét esetben a sebességpárok eltérésének elméleti okát!
- Mutassa be a mérés lehetséges hibáit!

Egy padlóra ejtett labda ütközésének rugalmassága a v_{le} becsapódási és v_{fel} visszapattanási sebesség $k = \frac{v_{fel}}{v_{le}}$ hányadosával jellemezhető. Ezt a hányadost nevezzük ütközési számnak.

y-t diagram:



v_y -t diagram:



	1.	2.	3.	4.	5.
$t \text{ (s)}$	0,47	1,13	1,67	2,17	2,63
$v_{le} \left(\frac{m}{s}\right)$	3,04	2,61	2,26	1,8	1,57
$v_{fel} \left(\frac{m}{s}\right)$	2,64	2,28	1,81	1,58	1,43
$\frac{v_{fel}}{v_{le}}$	0,87	0,87	0,8	0,88	0,91
Δk	0,004	0,004	0,066	0,014	0,044

$$k_{\text{átlag}} = \frac{0,87 + 0,87 + 0,8 + 0,88 + 0,91}{5} = 0,866$$

$$\Delta k_{\text{átlag}} = \frac{0,004 + 0,004 + 0,066 + 0,014 + 0,044}{5} = 0,0264$$

A mérés eredménye: $k = 0,866 \pm 2,64\%$

A mérés értékelése:

1. A visszapattanás sebessége kisebb, mint a leérkezés sebessége. Ebből következik, hogy az ütközés rugalmatlan.

Az ütközési szám, ha 1, akkor tökéletesen rugalmas az ütközés.

Ha az ütközési szám 0, akkor az ütközés tökéletesen rugalmatlan.

2. A visszapattanás és az újbóli leérkezés sebessége közel azonos. Ez a mechanikai energiák megmaradásának a következménye. $mgh = \frac{1}{2}mv^2$

Mérési hibák

1. A pingponglabda nem teljesen függőlegesen esik le.
2. A labda és a méterrúd nincsenek egy síkban.
3. Nem sikerül pontosan a tömegközéppontot megjelölni.
4. Lehet, hogy a videó a pattanás pillanatát nem is rögzíti. Rövidebb időközönként kellene a képkockákat rögzíteni.

7. A hang sebességének mérése állóhullámokkal

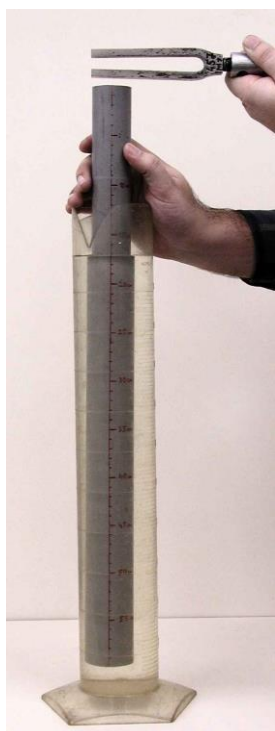
Feladat:

Ismert frekvenciájú hangra rezonáló levegőoszlop hosszának mérésével határozza meg a hang terjedési sebességét levegőben!

Szükséges eszközök:

Nagyméretű, egyik végén zárt üveg- vagy műanyaghengert, mindkét végén nyitott, a hengeres edénybe illeszthető műanyag cső, oldalán centiméteres beosztású skála (a skála alkoholos filctollal felrajzolható a csőre), ismert rezgésszámú hangvilla, nagyméretű tálca, víz tartóedényben, mérőszalag, Bunsen-állvány, -dió, lombikfogó.

A mérés leírása:



A hengert állítsa a tálcára és töltsön bele vizet! Az oldalán skálával ellátott csövet merítse a vízbe! A csőben lévő levegőoszlopot alulról a víz zárja be, így a légoszlop hossza a cső emelésével és süllyesztésével változtatható. A cső szabad vége fölé tartsunk rezgő hangvillát, majd a maximálisan vízbe merített csövet emeljük lassan egyre magasabbra, közben figyeljük a hang felerősödését! A maximális hangerősséghez tartozó levegőoszlop-magasságot (a cső peremének és a henger vízszintjének különbsége) mérjük le! Folytassuk a cső emelését egészen a következő rezonanciahelyzetig, és mérjük le ismét a belső csőben lévő levegőoszlop hosszát!

A levegőoszlop hosszának mérését megkönnyíthetjük, ha a csövet nem kézben tartjuk, hanem Bunsen-állványhoz rögzített lombikfogóval. A lombikfogót csak annyira szorítsuk meg, hogy az megtartsa a függőleges helyzetű csövet, de ne akadályozza meg a magasság változtatását. Ha a mérés közben a hangvilla rezgése már nagyon elhalkulna, ismételt megkoccintással újból rezgésbe hozható.

A villa hangjának erősödése jelzi, hogy a csőben lévő légoszlop rezonál a hangvillára, azaz a csőben hang-állóhullám alakul ki.

- Határozza meg a hang hullámhosszát két egymás utáni rezonanciahelyzetben, majd a hangvilla rezgésszámának ismeretében a hang terjedési sebességét a levegőben!

Megjegyzés:

A hangsebesség-meghatározás pontosabbá tehető, ha a kísérletet két különböző alaphangfrekvenciájú hangvillával megismételjük, és a két mérés eredményének átlagát számítjuk.

https://youtu.be/1f87_rh3fY?t=43

7. tétel

Javaslat a felelet felépítésére:

- Ismertesse az elvégzett kísérletet, ennek során térjen ki az egyik végén zárt csőben levegőben kialakuló állóhullámokra és a rezonancia jelenségére! Magyarázza meg, miért szükséges két egymást követő rezonancia megkeresése!
- Mutassa be a mérési eredményeit, és adja meg a mérés alapján számított hangsebességet!
- Mennyire tekinthető pontosnak az eredmény, milyen hibák adódhatnak a mérés során?

Az állóhullámok az interferencia gyakran előforduló speciális esetei. Akkor keletkezhetnek, ha egymással szemben haladó azonos frekvenciájú és amplitúdójú hullámok találkoznak, s interferálnak.

Ha rugalmas kötélen állóhullám jön létre, a kötel egyes pontjai különböző amplitúdóval rezegnek. Vannak olyan pontok, ahol ez az amplitúdó maximális. Ezeket duzzadóhelyeknek nevezzük. Két duzzadóhely között félúton olyan pont található, amely nem is rezeg, nyugalomban van. Az ilyen pontot csomópontnak nevezzük.

A rezonancia olyan gerjesztett kényszerrezgéseknél lép fel, amikor a gerjesztés frekvenciája a rezgésre kényszerített rendszer sajátfrekvenciájával megegyezik. Akkor lesz legerősebb (legnagyobb amplitúdójú) a hang, amikor a hangvilla frekvenciája megegyezik a kialakuló állóhullám frekvenciájával (rezonancia).

Olyan állóhullám fog kialakulni, amelyiknél a cső nyitott végénél duzzadóhelye (maximális kitérésű rezgő pont), a cső zárt végénél pedig csomópontja lesz (nulla kitérés, nem rezeg).

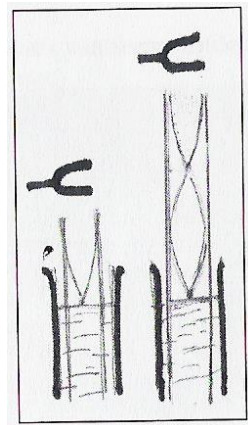
Nem biztos, hogy az ábra bal oldalán látható állapotot találjuk meg (alaphang, egy negyed hullámhosszu állóhullám és az első felharmonikus, egy háromnegyed hullámhosszu állóhullám). Lehet, hogy az egyik rezonálás pl. a háromnegyed hullámhosszusánál van, a másik pedig egy ötönegyedes hullámhosszuságú állóhullám. De az biztos, hogy a két csőhossz különbség, az pont egy félhullámhossz lesz.

A hallható hang hullámhosszára fennáll:

$$\lambda = 2(H_2 - H_1)$$

Innen a hangsebesség számítható:

$$c = \lambda \cdot f$$



Végezzük el a mérést egy másik, ismert rezgésszámú (f_2) hangvillával is és számítsuk ki a mért hangsebességek átlagát!

	$f_1 = 256 \text{ Hz}$	$f_2 = 512 \text{ Hz}$
$H_1 \text{ (m)}$	0,338	0,165
$H_2 \text{ (m)}$	0,996	0,492
$H_2 - H_1 \text{ (m)}$	0,658	0,327
$\lambda \text{ (m)}$	1,316	0,654
$c \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$	336,9	334,85

A mért hangsebesség:

$$c = \frac{c_1 + c_2}{2} = 335,875 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A mérés pontossága:

A hang terjedési sebessége 20 °C-os levegőben normál páratartalom mellett kb. $344 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Ezért a mérésünk hibája:

$$\frac{|c_{\text{irodalmi}} - c_{\text{mért}}|}{c_{\text{irodalmi}}} = \frac{\left| 344 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 335,875 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right|}{344 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,023$$

A relatív hiba 2,36%, tehát a mérésünk kellően pontos volt.

8. Szilárd test és folyadék sűrűségének meghatározása

Feladat:

Határozza meg az Arkhimédész-törvény segítségével a mellékelt szilárd test és az ismeretlen folyadék sűrűségét!

Szükséges eszközök:

Mérőpoharak; víz; digitális mérleg; rugós erőmérő; 15-20 dkg tömegű, ismeretlen, a víznél nagyobb sűrűségű test (pl. kődarab); céna; cellux; ismeretlen sűrűségű folyadék (pl. étolaj).

A mérés leírása:

Mérje meg a rugós erőmérővel az ismeretlen sűrűségű test egyensúlyban tartásához szükséges erőt, a levegőben tartva a testet! Ismétlje meg a mérést úgy is, hogy a test teljesen vízbe merül! Ügyeljen arra, hogy a test teljes egészében a vízben legyen, de ne érjen hozzá a mérőpohárhoz! A mérési elrendezéseket az 1. ábrán láthatja.



1. ábra



2. ábra

Ezután tegyen ismeretlen sűrűségű folyadékot a másik mérőpohárba! Mérje meg a mérleggel a mérőpohár és az ismeretlen sűrűségű folyadék együttes tömegét! Az utóbbi mérést végezze el úgy is, hogy a testet az ismeretlen folyadékba lógatja! Ügyeljen arra, hogy a test teljes egészében belemerüljön az ismeretlen folyadékba, de ne érjen hozzá a mérőpohárhoz! A mérési elrendezéseket a 2. ábra mutatja.

- Jegyezze fel mindkét esetben (levegőben tartva, vízbe merítve) a rugós erőmérő által mutatott erő értékét!
- Határozza meg a szilárd test sűrűségét! A levegőben fellépő felhajtóerőt tekintse elhanyagolhatónak a számolás során!
- Jegyezze fel mind a három esetben (1. csak a kő; 2. mérőpohár + ismeretlen sűrűségű folyadék; 3. mérőpohár + ismeretlen sűrűségű folyadék + kő belelógatva) a digitális mérleg által mutatott tömegértékeket!
- Határozza meg az ismeretlen folyadék sűrűségét!
- Milyen tényezők befolyásolhatták a mérések hibáját? Elemezze a mérések hibáját!

8. tétel

Javaslat a felelet felépítésére:

- Ismertesse az elvégzett mérést, ennek során térjen ki a számításokhoz szükséges elméleti alapokra a hidrosztatika területén!
- Mutassa be a számításai eredményét!
- Mennyire tekinthető pontosnak az eredmény, milyen hibák adódhatnak a mérés során?

A folyadékban lévő testet felfelé irányuló erőhatás éri. Ezt az erőhatást jellemző erőt felhajtóerőnek nevezzük. A folyadékba merülő test aljára nagyobb hidrosztatikai nyomást fejt ki a folyadék, mint a tetejére, mivel a hidrosztatikai nyomás (a folyadék súlyából származó nyomás) egyenesen arányos a folyadékoszlop magasságával. ($p = \rho \cdot g \cdot h$)

A hidrosztatikai nyomás egy adott folyadékban a mélységgel egyenesen arányos, de ugyanolyan mélységben minden irányban egyenlő nagyságú.

Minden folyadékba vagy gázba merülő testre felhajtóerő hat, amely egyenlő nagyságú a test által kiszorított folyadék vagy gáz súlyával. Ez Arkhimédész törvénye.

$$F_1 = 0,5 \text{ N}$$

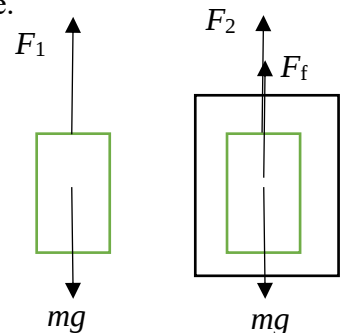
$$F_2 = 0,2 \text{ N}$$

$$F_1 = mg$$

$$F_2 + F_f = mg$$

$$F_2 + V \cdot \rho_{\text{víz}} \cdot g = F_1$$

$$\rho_{\text{kő}} = \frac{m}{V} = \frac{\frac{F_1}{g}}{\frac{F_1 - F_2}{\rho_{\text{víz}} \cdot g}} = \frac{F_1}{F_1 - F_2} \rho_{\text{víz}} = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



kődarab: $m_1 = 46 \text{ g}$

mérőpohár+ismeretlen folyadék: $m_2 = 398 \text{ g}$

mérőpohár+ismeretlen folyadék+kődarab: $m_3 = 420 \text{ g}$

A harmadik esetben a mérleg a kődarabra ható felhajtóerőt is méri (átszámolva tömegre).

Hatás-ellenhatás törvénye: a folyadék felhajtóerőt fejt ki a kődarabra, a kődarab pedig ezzel egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú erőt fejt ki a folyadékra. Ezért:

$$(m_3 - m_2)g = V \cdot \rho_{\text{folyadék}} \cdot g$$

$$\rho_{\text{folyadék}} = \frac{m_3 - m_2}{V} = \frac{m_3 - m_2}{m_1} \rho_{\text{kő}} = 956,52 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Az étolaj sűrűsége a táblázat szerint $910 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ezért a mérés relatív hibája:

$$\frac{\left| 915 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 956,52 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right|}{915 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0,045$$

Ez a 4,5%-os hiba jónak mondható.

A mérések hibája származhat a víz sűrűségének nem pontos értékéből, illetve az erőmérés és tömegmérés hibájából. A számolt értékek relatív hibáját a hibaterjedés segítségével lehet megadni. Összeadáskor és kivonáskor az egyes tagok relatív hibáinak maximuma lesz az új érték relatív hibája, szorzáskor és osztáskor pedig a tényezők relatív hibáinak összege lesz az új érték relatív hibája.

Értékelési szempontok:

- 1. A kísérlet összeállítása, a mérés elvégzése: 7 pont*
- 2. A mérés elméleti hátterének ismerete: 7 pont*
- 3. Az eredmények szakszerű bemutatása: 7 pont*

9. Szilárd anyag (alumínium) fajlagos hőkapacitásának (fajhőjének) meghatározása

Feladat:

A rendelkezésére álló eszközökkel, a víz fajhőjének és a kaloriméter hőkapacitásának ismeretében, határozza meg a kiadott fém fajhőjét!

Szükséges eszközök:

Ismert hőkapacitású kaloriméter tetővel, keverővel, hőmérővel, szobai hőmérő, 3 db közepes főzőpohár, meleg víz, nagyobb méretű tálca, törlőruha, mérleg, száraz állapotú, szobahőmérsékletű apró alumínium darabok (pl. alu-csavarok)

A mérés leírása

Mérje le a szárazra törölt kaloriméter tömegét fedővel, keverővel és a hőmérővel együtt! Töltse meg a kalorimétert – körülbelül feléig – forró vízzel, és mérje le ismét a berendezés tömegét a vízzel együtt. A két mérlegelés alapján az edénybe öntött víz tömege pontosan meghatározható.

Szobai hőmérőn olvassa le a szobahőmérsékletet, majd mérjen le a szobahőmérsékletű, száraz fémdarabokból kb. kétszer annyit, mint a kaloriméterbe töltött víz tömege. A fém tömegének nem kell pontosan megegyeznie a víz tömegének kétszeresével, de a tömegmérés legyen pontos!

Olvassa le a kaloriméterben lévő meleg víz hőmérsékletét a hőmérőn! (A hőmérő leolvasása előtt bizonyosodjon meg róla, hogy a mérlegeléssel töltött idő alatt a kaloriméter hőmérséklete stabilizálódott!)

Helyezze a kaloriméterbe a lemért tömegű, szobahőmérsékletű száraz fémdarabokat! Néhány percnyi kevergetés alatt beáll az új hőmérséklet. Olvassa le ismét a hőmérő állását!

- A megadott és a mért adatok alapján határozza meg a szilárd anyag fajhőjét!
- A kapott eredményt hasonlítsa össze a kiadott fémnek a függvénytáblázatban található fajhőértékével!
- Ismertesse, mi okozhatja a mért és elméleti érték esetleges eltérését!

Megjegyzés:

A víz fajhőjének táblázati értéke: $c = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

A kaloriméter hőkapacitása az adott eszközre jellemző, a konkrét érték a kaloriméteren olvasható. A víz tömegének meghatározásához elfogadható a térfogat mérése mérőhengerrel is.



9. tétel

Javaslat a felelet felépítésére:

- Ismertesse röviden a fajhő fogalmát, mértékegységét!
- Ismertesse a fajhő meghatározására elvégzett kísérlet lépéseit, és értelmezze azokat!
- Mutassa be a mért adatokat és azt, ahogyan ezekből meghatározta a fém fajhőjét!
- Miből adódik a mérés hibája? Becsülje meg, milyen eltérést jelentene a fajhő értékében, ha a kaloriméter hőkapacitásának beszámításától eltekintett volna!

A fajhő megmutatja, hogy 1 kg adott anyag hőmérsékletének 1 °C-kal történő melegítéséhez mennyi hőre van szükség. ($Q = c \cdot m \cdot \Delta T$) A mértékegysége: $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$

A kaloriméter és a víz által leadott hőmennyiséget a szilárd test vette fel. A termikus kölcsönhatás közben az anyagok hőmérséklete egyenlő lett. A rendszer belső energiája állandó maradt.

$$C_{\text{kaloriméter}} = 80 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$Q_{\text{fel}} = Q_{\text{le}}$$

$$c_{\text{szilárd}} \cdot m_{\text{szilárd}} \cdot (T_k - T_1) = C_{\text{kaloriméter}} \cdot (T_2 - T_k) + c_{\text{víz}} \cdot m_{\text{víz}} \cdot (T_2 - T_k)$$

$$c_{\text{szilárd}} \cdot 0,15 \text{ kg} \cdot (60^\circ\text{C} - 23^\circ\text{C}) = 80 \frac{\text{J}}{\text{K}} (73^\circ\text{C} - 60^\circ\text{C}) + 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0,075 \text{ kg} \cdot (73^\circ\text{C} - 60^\circ\text{C})$$

$$c_{\text{szilárd}} = 921,71 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

A függvénytáblázat szerint az alumínium fajhője:

$$c_{\text{Al}} = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

A mérés hibája:

$$\frac{\left| 921,71 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} - 900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \right|}{900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}} = 0,024$$

A relatív hiba 2,4%. A hiba származhat a tömeg és a hőmérséklet nem kellően pontos méréseiből, valamint abból, hogy a termosz (kaloriméter) nem tökéletes. Valamennyi hő a levegőt is melegíthette. Természetesen a hőmérő is felvesz, illetve lead valamennyi hőt a mérés közben. Ha a kaloriméter hőkapacitásával nem számoltuk volna, akkor 18,4%-os hibát kapunk:

$$c_{\text{szilárd}} \cdot m_{\text{szilárd}} \cdot (T_k - T_1) = c_{\text{víz}} \cdot m_{\text{víz}} \cdot (T_2 - T_k)$$

$$c_{\text{szilárd}} \cdot 0,15 \text{ kg} \cdot (60^\circ\text{C} - 23^\circ\text{C}) = 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0,075 \text{ kg} \cdot (73^\circ\text{C} - 60^\circ\text{C})$$

$$c_{\text{szilárd}} = 734,32 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

10. Kristályosodási hő mérése

Feladat:

Határozza meg kalorimetrikus méréssel a túlhűtött sóoldadék kristályosodása során felszabaduló energia egységnyi tömegű anyagra vonatkoztatott értékét (fagyáshő)!

Szükséges eszközök:

Ismert tömegű túlhűtött sóoldadék (célszerűen „nátriumacetát-trihidrát”), ismert hőkapacitású (vízértékű) iskolai kaloriméter keverővel, hőmérővel, stopper-óra, szobahőmérsékletű állott víz, mérőhenger. A kísérleti eszközöket és anyagokat a fotó mutatja.



A mérés leírása

A mérőhenger segítségével töltsön a kaloriméterbe ismert mennyiségű szobahőmérsékletű vizet! (A víz tömege kb. 6-7-szerese a műanyag tasakban lévő folyadék előzetesen lemerített és megadott tömegének.) A szobahőmérsékletű folyadékot tartalmazó tasakot emelje a kaloriméter fölé, majd a tasakban lévő görbült fémlapocskával átpattintásával indítsa be a kristályosodást! Amint meggyőződött a folyamat beindulásáról, rakja a tasakot a kaloriméter vizébe, tegye rá a tetőt, helyezze be a hőmérőt és indítsa el az órát! A kristályosodás során az anyagból energia szabadul fel, ami melegíti a kalorimétert és a beletöltött vizet. Óvatos rázogatóással, a kaloriméter körkörösén görbült keverőjének le-fel történő mozgatásával segítse a víz melegedését, közben percenként olvassa le a hőmérsékletet! Az idő- és hőmérsékletértékeket jegyezze fel! A mérést folytassa, amíg a melegedés tart!

- *Készítse el a kaloriméter melegedését jellemző idő-hőmérséklet grafikont, és határozza meg a rendszer maximális hőmérsékletét!*
- *Az anyag tömegét, a víz tömegét és fajhőjét, a kaloriméter hőkapacitását ismerve, a kiindulási és a végső hőmérséklet mért értékeit felhasználva írja fel az energiamegmaradást kifejező egyenletet! Az egyenletből számítással határozza meg az anyag tömeg-egységére jutó kristályosodási hőt!*

Megjegyzés:

A kaloriméter előre meghatározott hőkapacitása az eszközön van feltüntetve.

A víz fajhőjének táblázati értéke: $c = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

Az egyszerűség kedvéért ne foglalkozzon azzal a hőmennyiséggel, amit a sóoldat vesz fel az olvadáspontig történő felmelegedésével, illetve a só ad le, miközben visszahűl a végső hőmérsékletre.

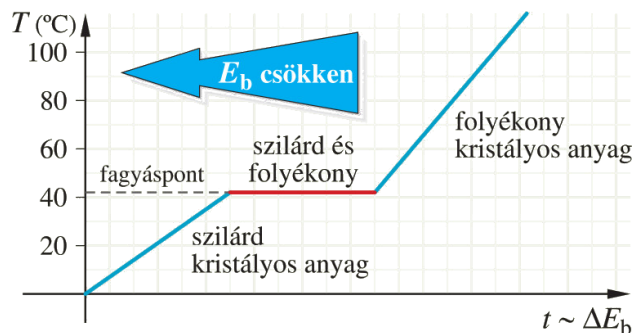
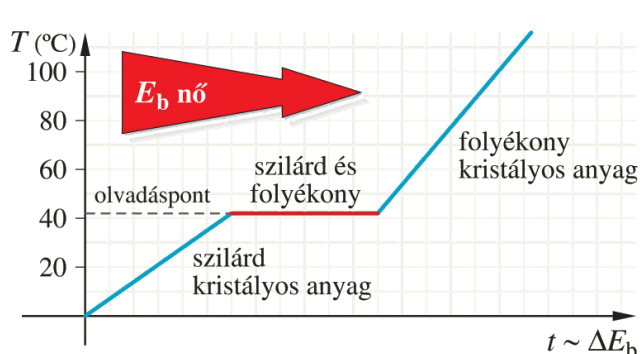
A kísérletben felhasznált anyag a sportkereskedelemben téli kézmelegítő párnaként, gyógyászati segédeszközként fülmelegítő párnaként, zárt műanyag tasakban kapható. Az anyag ismételten, sokszor felhasználható. A kristályos anyag forró vízben felolvasztható, és a vízfürdőből kivéve szobahőmérsékleten túlűthető.

<https://youtu.be/qarHoCZpcAk>

10. tétel

Javaslat a felet felépítésére:

- Foglalja össze röviden a szilárd-folyadék fázisátalakulásra vonatkozó ismereteket, kiemelve a fázisátalakulás energetikai vonatkozását!
- Mutassa be a mérési eredményeit, és értelmezze a mérést az energiamegmaradás elve alapján!
- Elemezze a mérés során fellépő hibák forrását és csökkentésük lehetőségét!



Azt a hőmérsékletet, melyen a szilárd anyag megolvad, **olvadáspont**nak nevezzük (T_o).

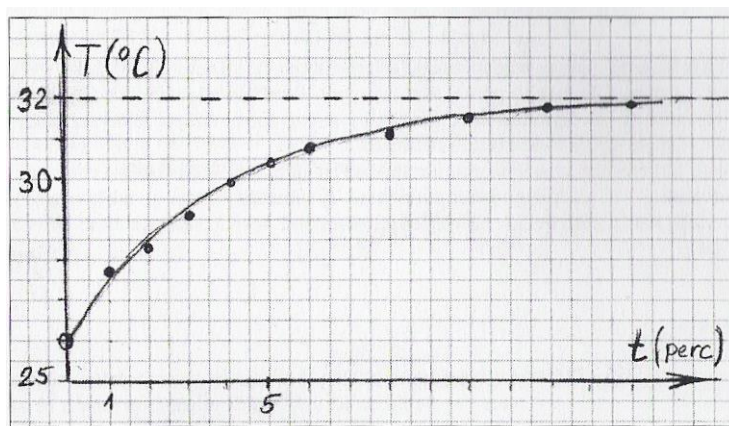
Azt a mennyiséget, amely megmutatja, hogy az adott anyag 1 kg-jának megolvasztásához mennyi hő szükséges, az anyag **olvadáshőjének** nevezzük.

Az olvadáshő jele: L_o . Mértékegysége: $\frac{J}{kg}$

$$Q = L_o \cdot m$$

t (min)	0	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14
T (°C)	26	27,5	28,5	29,1	30	30,5	30,8	31,1	31,5	31,8	31,9

Készítse el a kaloriméter melegedését jellemző hőmérséklet-idő grafikont és határozza meg a rendszer maximális hőmérsékletét!



A grafikonról leolvasható a hőmérsékletnövekedés aszimptotikus értéke, amelyet véghőmérsékletnek tekinthetünk. ($T_v = 32\text{ °C}$)

Az anyag tömegét ($m = 105\text{ g}$), a víz tömegét ($m_v = 600\text{ g}$) és fajhőjét ($c = 4,18\text{ }\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{°C}}$), a kaloriméter hőkapacitását ($C = 80\text{ }\frac{\text{J}}{\text{°C}}$) ismerve, a kiindulási ($T_0 = 26\text{ °C}$) és a végső hőmérséklet ($T_v = 32\text{ °C}$) mért értékeit felhasználva írja fel az energiamegmaradást kifejező egyenletet! Az egyenletből számítással határozza meg az anyag tömegegységére jutó kristályosodási hőt (L_k)!

$$Q_{le} = Q_{fel}$$

$$L_k \cdot m = c \cdot m_v \cdot (T_v - T_0) + C \cdot (T_v - T_0)$$

$$L_k = \frac{c \cdot m_v \cdot (T_v - T_0) + C \cdot (T_v - T_0)}{m} = \frac{\left(4180\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{°C}} \cdot 0,6\text{ kg} + 80\frac{\text{J}}{\text{°C}}\right) (32\text{ °C} - 26\text{ °C})}{0,105\text{ kg}} = 147,89\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

A hiba származhat a tömeg és a hőmérséklet nem kellően pontos méréséből, valamint abból, hogy a termosz (kaloriméter) nem tökéletes. Valamennyi hő a levegőt is melegíthette. Természetesen a hőmérő is felvesz, illetve lead valamennyi hőt a mérés közben.

11. Ekvipotenciális vonalak kimérése elektromos térben

Feladat:

A megadott eszközökből az utasítás alapján állítsa össze a kísérletet! Mérje ki az ekvipotenciális vonalakat lapos potenciálkádban egy hosszabb, egyenes rúd alakú és egy kisebb, korong alakú fémlektroda közti térrészben! A kimért ekvipotenciális vonalak alapján készítsen közelítő vázlatrajzot a tér erővonalaszerkezetéről!

Szükséges eszközök

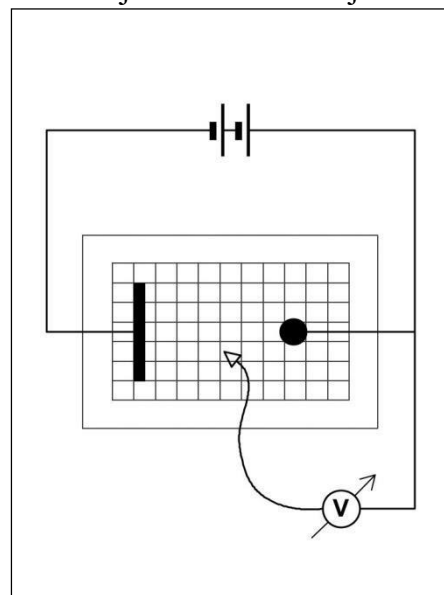
Feszültségforrás (kb. 10 V egyenfeszültség – pl. 2 db sorba kötött laposelem), nagy belső ellenállású feszültségmérő, lapos potenciálkád, vezetékek, négyzethálós papír (milliméterpapír).

Megjegyzés:

A kísérlethez szükséges potenciálkád házilagosan egyszerűen elkészíthető.

Legalább 10x20 cm alapterületű lapos műanyagkád (műanyagtálca) alá négyzethálós beosztású papírlapot helyezünk (ha a tál alja átlátszó, a papírt célszerűen a tál alá rögzítjük, ha a tál alja nem átlátszó a papír a tálba kerül. Ez utóbbi esetben az átnedvesedő papírt esetenként cserélni kell.) A tálba néhány mm magasan csapvizet töltünk. A tálba helyezhető fémlektrodák anyaga célszerűen alumínium vagy réz. (A vas rozsdásodik!) Előnyös olyan lektrodákat használni, amelyek önmagukban is stabilan megállnak a kád alján. (Ilyen például az L profilú alumínium-sín vagy a négyzetes keresztmetszetű alumínium zártszelvény – lásd fotó.) Az lektrodákhoz egyszerűen csatlakozhatunk az iskolai kísérletezésben használt röpzsínórokkal, ha az lektrodákra a banándugónak megfelelő lyukakat fúrunk.

Az ajánlott kísérleti összeállítás fotóját és a kapcsolási rajzot az ábra mutatja.



A kísérlet leírása

Ellenőrizze a kísérleti összeállítást! Figyeljen arra, hogy az lektrodák a négyzethálós vonalaira illeszkedjenek! A mérési eredmények rögzítésére készítsen elő a tál alján lévő négyzethálós laphoz hasonló papírt, és erre rajzolja be az lektrodák pontos helyét! Helyezze feszültség alá az áramkört, majd a feszültségmérő szabad potenciálvezetékét (a kapcsolási rajzon nyíl jelzi) mártsa a vízbe és figyelje a feszültségmérő műszert! A feszültséget akkor olvassa le, amikor a műszer megállapodik!

Mozgassa lassan a potenciálvezetékét a négyzetháló két elektródát összekötő középső osztásvonala mentén a pozitív elektródától a negatívig és mérje a négyzetháló osztáspontjaiban a feszültséget!

- *Mérjen ki a kádban néhány ekvipotenciális vonalat és rajzolja be azokat a négyzethálós papírlapra, a vonalakon tüntesse fel a mért feszültség értékét is!*
- *A kimért ekvipotenciális vonalak alapján készítsen vázlatos rajzot a tér erővonal szerkezetéről!*

<https://www.youtube.com/watch?v=mNhGQrZIL2A>

<https://www.youtube.com/watch?v=sk0eLytCVq0>

11. tétel

Javaslat a felelet felépítésére:

- 1. Ismertesse röviden az elektromos erőter fogalmát!**
- 2. Mutassa be a mérés menetét, a mérés eredményeit és az elektródák körüli kétdimenziós elektromos tér ekvipotenciális vonalhálózatát!**
- 3. Mutassa be a tér erővonal-szerkezetének ábráját, és magyarázza el, miként származtatható ez a „potenciál-térkép”!**

1. Az elektromos mező a töltéssel rendelkező testeknek olyan környezete, amelyben az elektromos kölcsönhatás érvényesül.

A térerősség, melynek jele E , az elektromos mezőbe helyezett pontszerű, pozitívan töltött testre ható F erőnek és a test q töltésének a hányadosa: $E = \frac{F}{q}$

A térerősségvektor iránya megegyezik a pozitív töltésre ható erő irányával.

Mértékegysége: $\frac{N}{C}$

Az elektromos erővonalak olyan görbék, amelyek érintői a görbék egyes pontjaiban a térerősségvektor hatásvonalával azonosak.

Az erővonalak képzeletbeli vonalak, amelyek az elektromos tér szerkezetét szemléltetik.

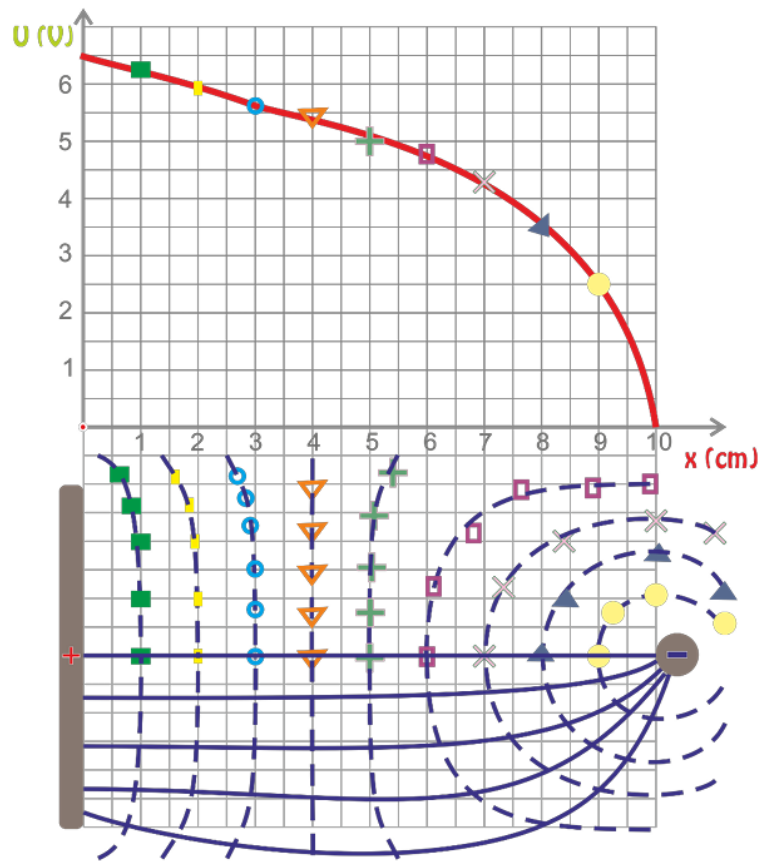
A mező bármely A pontjának egy rögzített O ponthoz viszonyított U_{AO} feszültségét a mező A pontbeli potenciáljának nevezzük. A viszonyítási pontot gyakran a végtelenbe helyezzük.

A feszültség és a potenciál értelmezéséből következik, hogy két pont közti elektromos feszültség egyenlő a két pont potenciáljának különbségével: $U_{AB} = U_A - U_B$

Ha az A és B pontok potenciálja egyenlő ($U_A = U_B$), akkor a két pontot ekvipotenciális pontoknak nevezzük. Az ekvipotenciális pontok által alkotott felületek az ekvipotenciális felületek.

Ilyen felület pontjai mentén történő töltésmozdulás esetén nem történik munkavégzés, ezért mondhatjuk, hogy az ekvipotenciális felület minden pontjában merőleges az adott ponton áthaladó erővonalra.

2. A középvonalra merőleges hálóvonalak mentén végzett mérések eredménye annál inkább eltért a középvonali méréstől, minél közelebb mértünk a korong alakú elektródához. Az azonos feszültségű ún. ekvipotenciális pontok összekötésével kapjuk a tér szerkezetére jellemző potenciáltérképet. Ezt mutatja a rajz középvonal feletti tartománya. Az elektromos tér ekvipotenciális vonalai mentén a töltések mozgatasakor nem végzünk munkát, mert a töltésre ható erő minden pontban merőleges a vonalra. Ezt felhasználva az ekvipotenciális görbék kimérése után megrajzolhatjuk a mező vázlatos erővonal szerkezetét is. Az erővonalak iránya a térben úgy változik, hogy mindig merőlegesen keresztezze az ekvipotenciális vonalakat. Az ábra alsó térfelén az ekvipotenciális vonalak alapján megrajzoltunk néhány, az elektródarendszer elektromos tér szerkezetét jellemző erővonalat.



3. Mérési eredményünk szerint az egyenes és pontszerű elektróda közti elektromos mező nem homogén. Az erővonalak az egyenes elektródára merőlegesen indulnak, hiszen a fémekről kiinduló erővonalak merőlegesek a felületre. Az egyenes elektródától távolodva azonban az erővonalak egyre inkább görbülnek a kicsi, hengeres elektróda felé. A kis kör alakú elektróda közvetlen közelében az erőter a ponttöltés teréhez hasonló sugaras szerkezetű, az erővonalak merőlegesen érik el az elektróda felületét. Az erővonalak a kicsi hengeres elektróda környezetében sűrűsödnek, ez jelzi, hogy az ide helyezett próbatöltésre nagyobb elektromos erő hatna, mint az egyenes elektróda közelében.

12. A dinamika alaptörvényének alkalmazása

Feladat: Határozza meg a kiskocsi által megtett út és az eltelt idő mérésével a kiskocsi gyorsulását! Számítsa ki a kiskocsit gyorsító súlyok (csavaralátétek) tömegét és a kiskocsi gördülési ellenállását!

Szükséges eszközök:

Megnövelt tömegű kiskocsi; csavaralátétek; fonál; csigával ellátott sín; mérőszalag; könnyű kampó; szivacs (ütközőnek); milliméterpapír. A kiskocsi és a csavaralátétek együttes tömege ismert.

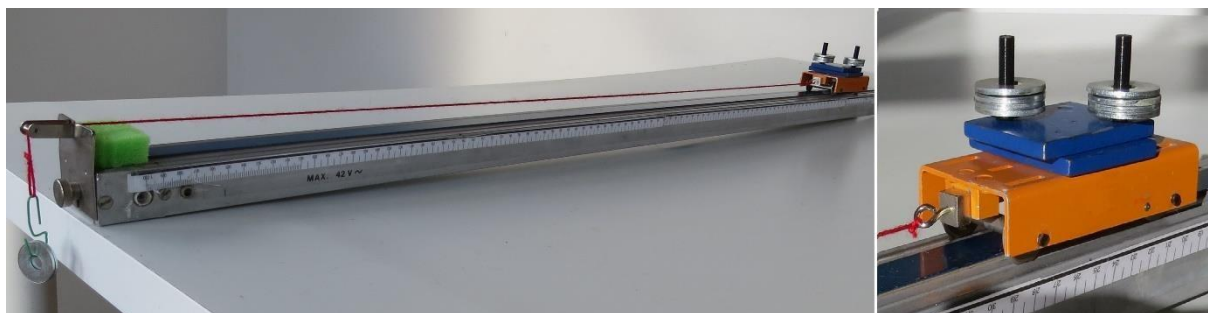
Megjegyzések:

A kiskocsihoz megfelelő hosszúságú fonalat rögzítsen úgy, hogy a fonál másik végére akasztott súlyok (csavaralátétek) az asztalra helyezett, vízszintes sínen mozgó kiskocsi gyorsulása közben az asztal teljes magasságában mozogjanak, így a kiskocsi által befutott út nagyjából 70 cm legyen. A tömegeket úgy kell megválasztani, hogy a futási idők 2 s körüliek legyenek. Ezt úgy lehet elérni, ha az összeállítás teljes tömege nagyjából 40-szer, 80-szor nagyobb, mint egy csavaralátét tömege. (Ha egy alátét tömege túlságosan kicsi, akkor kettőt, hármat egymáshoz lehet ragasztani.) Az alátétek rögzítését a kiskocsihoz például kis rudakkal oldhatjuk meg.

A kiskocsi védelmében célszerű egy szivacsdarabot tenni a sín végére.

A mérés leírása:

A fényképen látható elrendezésben helyezze el vízszintesen a sínt, rá a kiskocsit és a kiskocsira az alátéteket! Rögzítse a fonál egyik végét a kiskocsihoz, a kiskocsiról vegyen le egy alátétet és ezt a kampó segítségével akassza a fonál másik végére! Úgy állítsa össze az elrendezést, hogy a fonál végére akasztott súly mindaddig ne érjen talajt, amíg a kiskocsi a vizsgált s hosszúságú távolságon (mondjuk 70 cm-en) mozog.



A kiskocsi mozgásának a leírására alkalmazza a dinamika alapegyenletét ebben a formában:

$$Ma = Nmg - S,$$

ahol M a rendszer megadott, teljes tömege, m egy alátét tömege, N a fonál végére akasztott alátétek száma, S pedig a gördülési ellenállási erő, ami jó közelítéssel így írható:

$$S = \mu_{\text{görd.}} Mg,$$

ahol $\mu_{\text{görd.}}$ a kiskocsi gördülési ellenállása.

- Határozza meg a kiskocsi gyorsulását a megtett s út és az eltelt t idő ismeretében úgy, hogy újabb és újabb alátéteket akaszt a fonál végén lévő kampóra! Így összesen 5 kü-

lönböző gyorsulást kell megmérnie. Minden mérést végezzen el kétszer, és a futási időket átlagolva számoljon! (Ha a két időérték nagyon eltér egymástól, akkor végezzen további időmérést!)

- Mérési adatait foglalja táblázatba!
- Ábrázolja grafikusan a kiskocsi gyorsulását a fonál végére akasztott alátétek számának függvényében milliméterpapíron! A pontokra illesszen egyenest!
- Olvassa le az illesztett egyenes meredekségét és negatív függőleges tengelymetszetét.
- A meredekségből és a teljes rendszer ismert M tömegéből számítsa ki az egyes alátétek m tömegét!
- Az illesztett egyenes negatív tengelymetszetéből határozza meg a kiskocsi gördülési ellenállását!
- Milyen tényezők befolyásolhatták a mérés pontosságát?

12. tétel

Javaslat a felelet felépítésére:

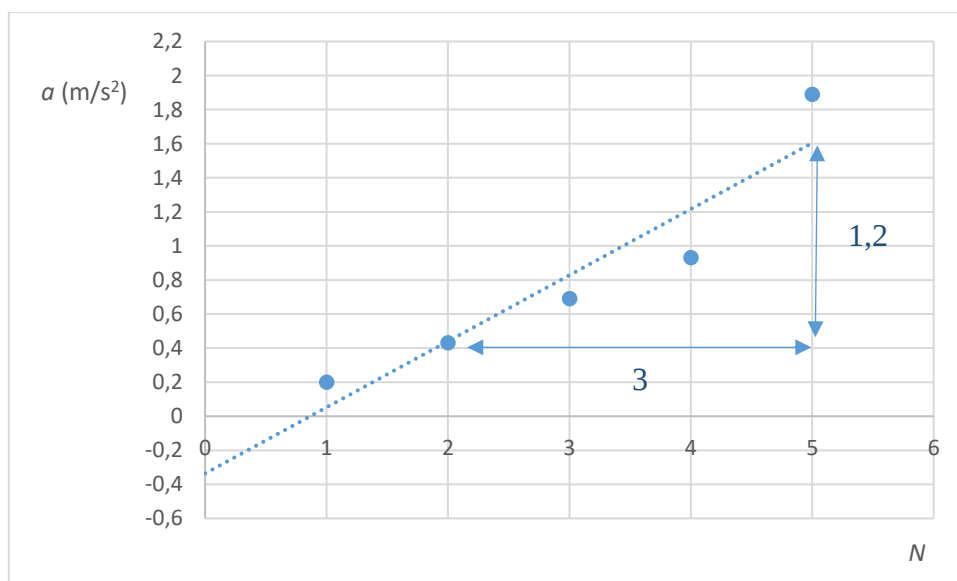
Mérési adatait foglalja táblázatba!

... (ua. mint a dőlt betűs rész)

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

$$a = \frac{2s}{t^2}$$

N	t_1 (s)	t_2 (s)	$t_{\text{átl.}}$ (s)	$a \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$
1	2,64	2,66	2,65	0,20
2	1,76	1,85	1,81	0,43
3	1,41	1,43	1,42	0,69
4	1,21	1,25	1,23	0,93
5	0,85	0,87	0,86	1,89



A negatív függőleges tengelymetszet: $-0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, a meredekség: $\frac{1,2}{3} = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$a = N \frac{m}{M} g - \mu g \quad (y = ax - b)$$

$$\frac{m}{M}g = 0,4$$

$$m = \frac{0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot M}{g} = \frac{0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,4 \text{ kg}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,0163 \text{ kg} = 16,3 \text{ g}$$

$$-\mu g = -0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\mu = \frac{0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,03$$

A mérés pontosságát az időmérés és a távolságmérés befolyásolhatja.

12. tétel – értékelési szempontok

1. A kísérlet összeállítása, a mérés elvégzése: 8 pont

2. A mérési eljárás és az eredmények szakszerű bemutatása a szükséges számításokkal, grafikonokkal: 9 pont

3. Megfelelő elméleti háttértudás a témakörben: 4 pont

4. Legalább két, a mérést befolyásoló tényező ismertetése: 4 pont

13. Az áramforrás paramétereinek vizsgálata

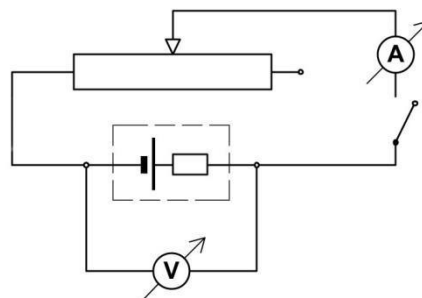
Feladat:

Feszültség és árammérés alapján határozza meg az áramforrás (szárakelem) jellemző adatait: belső ellenállását, elektromotoros erejét, rövidzárási áramát!

Szükséges eszközök:

4,5 V-os laposelem vagy dobozba foglalt áramforrás két banánhüvely kivezetéssel, feszültségmérő, árammérő, 10-20 Ω -os és 4-5 A-rel terhelhető tolóellenállás, kapcsoló, rögzítőcsavarok, krosztkodilcsipesz.

A kísérlet összeállítását a kapcsolási rajz mutatja. Változtatható ellenállásként 10-20 ohmos, 4-5 amperrel terhelhető tolóellenállást alkalmazunk. A tolóellenállás csúszkájának eltolásával az áramkörbe bekötött ellenállás változtatható. Az árammérő műszert az ellenállással sorosan, a feszültségmérőt a teleppel párhuzamosan kapcsoljuk. A kapcsoló zárása után a műszerek által mutatott értékek a csúszka helyzetétől függenek.

**A mérés leírása**

A csúszka helyzetét változtatva legalább négy pontban olvassa le az áram és a kapocsfeszültség összetartozó értékeit!

- A mérési adatokat foglalja táblázatba, majd ábrázolja feszültség-áram grafikonon!
- A grafikon alapján határozza meg a telep jellemző adatait!

Figyelmeztetés!

A változtatható ellenállás csúszkáját ne tolja szélső helyzetekig!

Az árammérő műszert a legnagyobb méréshatáron használja!

A kapcsolót csak a mérések idejére zárja, hogy feleslegesen ne fogyassza a telep energiáját!

https://youtu.be/GU0KGdZtUUA?list=PLEiwVd6n_Q_3JgPUuywNMab4ta7HXfle9&t=1309

13.

Javaslat a felelet felépítésére:

- **Határozza meg a telep paramétereit a grafikon alapján!**
- **Indokolja meg, miért célszerű méréssorozatot végezni, és a telep jellemzőit a grafikon alapján meghatározni!**

Áramforrásokra általában jellemző, hogy feszültségük többé-kevésbé függ a terhelésüktől. Az áramerősség növekedésekor az áramforrás kivezetésein (kapcsain) mérhető kapocsfeszültség csökken. A jelenség oka, hogy az áramforráson belül is folyik áram, és az áramforrás saját, belső ellenállásán is esik feszültség.

A telep belsejében elképzelünk egy állandó U_0 értékű feszültségforrást, és egy ettől elkülönülő R_b belső ellenállást. Az U_0 értéket üresjárási feszültségnek vagy elektromotoros erőnek nevezzük. Az áramforrást a kapcsain keresztül kötjük a külső R_k ellenállású fogyasztóhoz. A külső

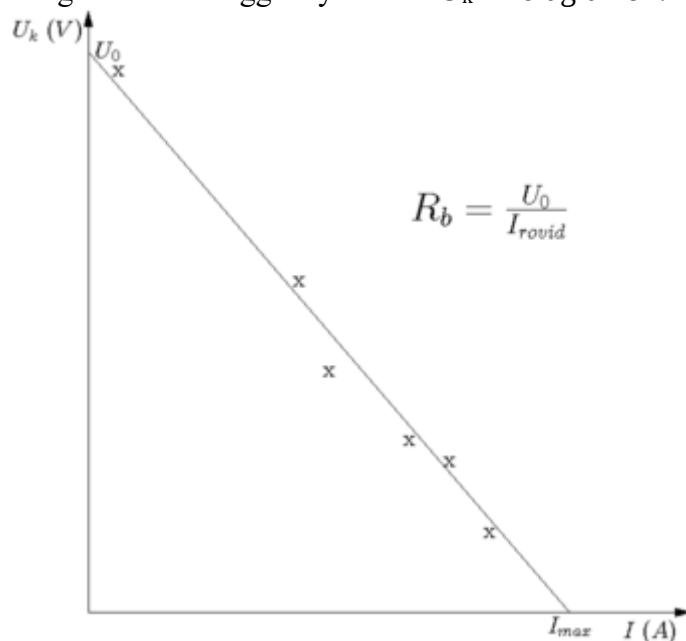
és belső ellenálláson ugyanaz az áram folyik át, ezért ellenállásuk összeadódik. Az áram kiszámítása a teljes áramkörre vonatkozó Ohm-törvény alapján:

$$I = \frac{U_0}{R_b + R_k}$$

A kifejezést átalakítva $U_0 = I \cdot R_k + I \cdot R_b$ alakhoz jutunk. Itt $I \cdot R_k = U_k$ a telep kapcsain mérhető kapocsfeszültség; $I \cdot R_b = U_b$ a belső ellenálláson eső belső feszültség. Így a telep U_0 elektromotoros ereje a külső ellenálláson eső U_k és a belső ellenálláson eső U_b feszültségre oszlik:

$$U_0 = U_k + U_b$$

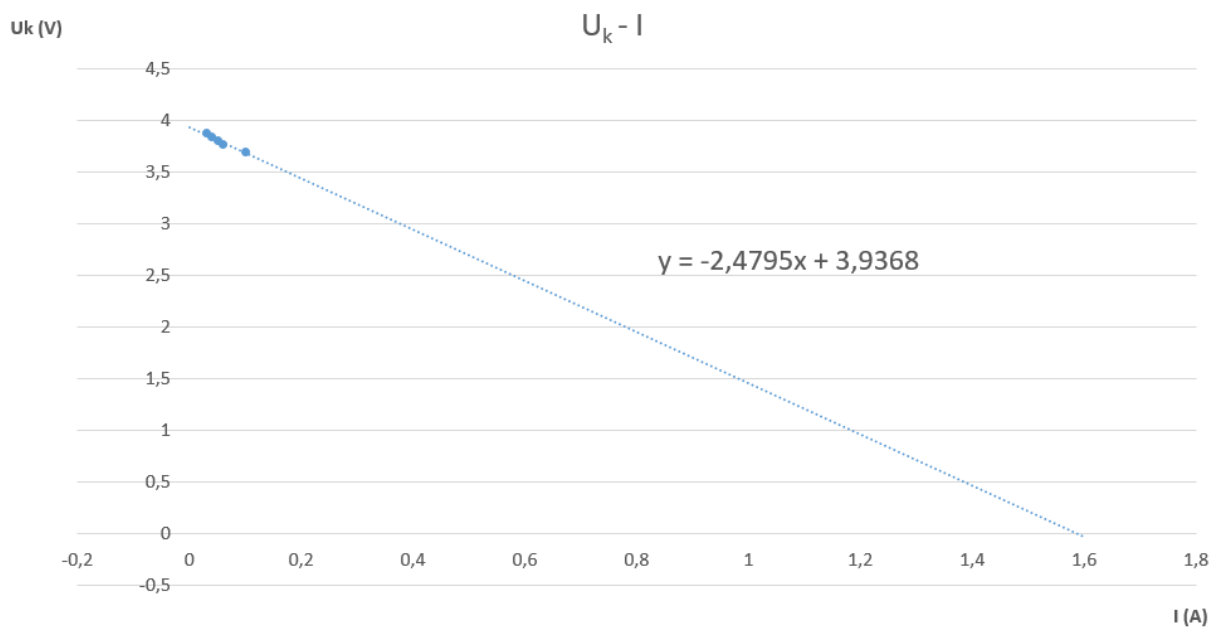
Az $U_0 = U_k + U_b$ és az $U_b = I \cdot R_b$ összefüggésből kapjuk az $U_k = U_0 - I \cdot R_b$ összefüggést. Vizsgáljuk a kapocsfeszültséget az áram függvényében az $U_k - I$ diagramon!



- A grafikon U_0 -ból indul, ez az üresjárat állapot.
- Az egyenes negatív meredekségű, vagyis a telep feszültsége a terhelés növelésével csökken. A negatív meredekség értéke R_b , a telep belső ellenállása, mely a használat során növekszik, ezért a kimerült telep egyre kevésbé terhelhető.
- A legnagyobb áramerősséghez zérus kapocsfeszültség ($U_k = 0$) tartozik, tehát $I_{\max} = \frac{U_0}{R_b}$. Ez a rövidzárlat állapota.

A fenti diagram a bonyolult kémiai folyamatokat olyan modellel egyszerűsíti, mely szerint a kimerülő telep belső ellenállása növekszik, elektromotoros ereje változatlan. A valóságban a kimerülő elem elektromotoros ereje csökken, a belső ellenállása nő.

	1.	2.	3.	4.	5.
U_K (V)	3,7	3,77	3,8	3,84	3,88
I (A)	0,1	0,06	0,05	0,04	0,03



A telep üresjárási feszültsége:

$$U_0 = 3,94 \text{ V}$$

A rövidzárási áram:

$$I_r = 1,59 \text{ A}$$

Tehát a telep belső ellenállása:

$$R_b = \frac{U_0}{I_r} = \frac{3,94 \text{ V}}{1,59 \text{ A}} = 2,48 \Omega$$

Ha feszültségmérőt az áramforrás kapcsaira kötjük, akkor a kapocsfeszültséget mérjük. Az üresjárási feszültség nem mérhető közvetlenül. Ezért kellett ezt a méréssorozatot elvégezni.

14. Zseblámpaizzó ellenállásának mérése Wheatstone-híddal

Feladat:

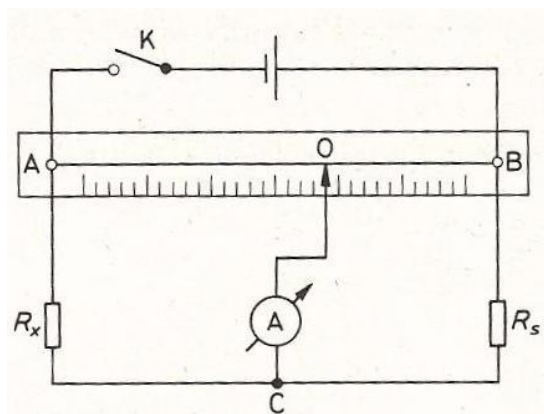
Mérje meg a kiadott zseblámpaizzó wolframból készült izzószálának ellenállását Wheatstone-híddal! A méréséhez használjon három különböző (ismert) értékű segédellenállást!

Szükséges eszközök:

Zseblámpaizzó (3,5 V, 0,2 A) foglalatban, 3 db különböző értékű ellenállás, megadva az ellenállások névleges értékét (ajánlott ellenállásértékek: $\approx 100\ \Omega$, $\approx 50\ \Omega$, $\approx 5\ \Omega$), 1 m hosszú ellenálláshuzal ($\approx 11\ \Omega/\text{m}$), két végén kialakított elektromos csatlakozóval, cm skálával ellátott deszkalapra kifeszítve, 1,5 V-os góliát elem, Morse-kapcsoló, röpszinórok, árammérő Deprezműszer (forgótekerceses, állandó mágnesű árammérő).

A mérés leírása:

A rendelkezésre álló eszközök felhasználásával állítsa össze az ábrán látható kapcsolást!



A zsebizzót kösse az R_x mérendő ellenállás helyére, az ismert értékű ellenállásokat rendre az R_s segédellenállás helyére!

Az árammérő műszert először a legnagyobb méréshatáron használja!

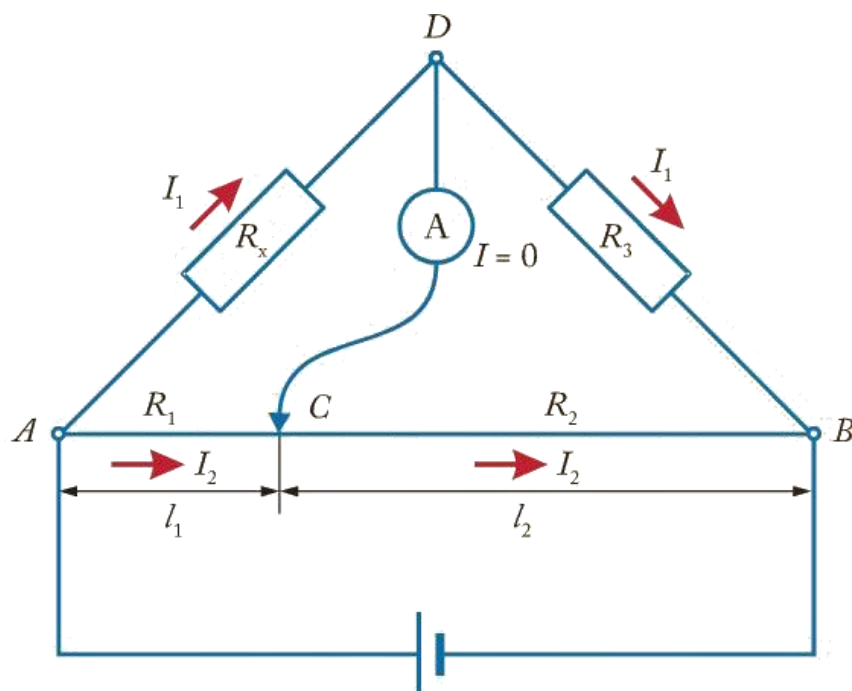
- A csúszka megfelelő pozicionálásával egyensúlyozza ki a hidat és olvassa le a csúszka helyzetét az egyenes vezető egyik végpontjától mérve! Ezt ismételje meg mindhárom segédellenállás alkalmazásával!
- A mérési adatokat foglalja táblázatba és számítsa ki minden mérés esetén az izzószál ellenállásának értékét!
- Magyarázza a kapott eredményeket!

<https://youtu.be/NZQpV4rxkCg>

14.

Javaslat a felelet felépítésére:

- Ismertesse a kísérleti összeállítást!
- Mondja el a Wheatstone-híd működését, magyarázatában térjen ki a hídmód-szer pontosságára!
- Mutassa be mérési eredményeit, értékelje a mérés körülményeit!
- Értelmezze a zsebizzó ellenállására kapott eltérő értékeket különböző nagyságú segédellenállások esetén!



Kiegyenlített Wheatstone-híd: a csúszka megfelelő helyzetében az ampermérőn nem folyik áram

Az ábra szerinti áramkörben A és B között egy ellenálláshuzal van kifeszítve. R_1 és R_2 az l_1 és l_2 huzal ellenállása. Nagyságuk a huzal mentén mozgó csúszkával változtatható ($R = \rho \frac{l}{A}$). Az R_3 ismert ellenállás, az R_x értékét kívánjuk meghatározni. Ha C és D között feszültség van, akkor az érzékeny műszer áramot jelez. A változtatható R_1 és R_2 ellenállások megfelelő értékei esetén elérhető, hogy C és D azonos potenciálú legyen. Ekkor a műszeren nem folyik áram. Ennek következménye, hogy R_x és R_3 ellenállásokon ugyanakkora I_1 áram, az R_1 és R_2 ellenállásokon pedig szintén ugyanakkora I_2 áram folyik át. Mivel ekkor C és D pontok ekvipotenciálisak, $U_{AD} = U_{AC}$ és $U_{DB} = U_{CB}$, vagyis az egyes ellenállások feszültségére

$$\begin{aligned} I_1 \cdot R_x &= I_2 \cdot R_1 \\ I_1 \cdot R_3 &= I_2 \cdot R_2 \end{aligned}$$

adódik.

A két egyenletet elosztva egymással és rendezéssel:

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_3$$

R_1 és R_2 egy huzal két darabja, arányuk a huzaldarabok hosszával helyettesíthető:

$$R_x = \frac{\rho \frac{l_1}{A}}{\rho \frac{l_2}{A}} R_3 = \frac{l_1}{l_2} R_3$$

A műszer leolvasása árammentes állapotban történik, ezért a belső ellenállása nem hamisítja meg a mérési eredményt. Ezért pontos ez a módszer.

	R_3	l_1	l_2	R_x
1.	5 Ω	52 cm	48 cm	5,42 Ω
2.	10 Ω	28 cm	72 cm	3,9 Ω
3.	50 Ω	3,5 cm	96,5 cm	1,8 Ω

Minél nagyobb ellenállásokkal kötjük sorba az izzót, annál kisebb áram folyik az őket tartalmazó ágba, vagyis az izzó kevésbé melegszik fel. Mivel az ellenállás hőmérsékletfüggő ($R = R_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$), ezért a három esetben eltérő értéket kapunk.

15. Félvezető (termisztor) ellenállásának hőmérsékletfüggése

Termisztoros hőmérő készítése

Feladat:

Vizsgálja meg a termisztor ellenállásának hőmérsékletfüggését és készítsen kalibrációs grafikonot az ellenállás-hőmérőhöz!

Végezzen hőmérsékletmérést a termisztor-hőmérővel!

Szükséges eszközök:

Termisztor, ellenállásmérő üzemmódba kapcsolható univerzális mérőműszer, főzőpohár, hideg csapvíz tartóedényben, forró víz termosztóban, kisebb pohár a víz adagolásához, nagyobb vízgyűjtő edény, folyadékos iskolai bothőmérő, milliméterpapír.

A méréshez ajánlott a kereskedelemben 470 Ω , 680 Ω , 1 k Ω jelöléssel kapható termisztor. A termisztor kivezetéseit forrasszuk banándugóban végződő hajlékony, szigetelt vezetékekhez/röpszínórokhoz, a termisztorból kivezető fémdrót szigetelésére úgynevezett zsugorcső ajánlott, amely megmelegítve rázsugorodik a fémszállra. A zsugorfólia termisztor felé eső végén egy csepp szilikonnal tehetjük tökéletessé a szigetelést.

A mérés leírása

A termosztóból öntsön forró vizet a főzőpohárba és helyezze bele a folyadékos hőmérőt! Csatlakoztassa a termisztor ellenállásmérő műszerhez, majd merítse be a vízbe! Ha a folyadékos hőmérő megállapodott, és a termisztor ellenállásának értéke sem változik, olvassa le a műszereket és jegyezze fel értéktáblázatba az adatokat! Változtassa fokozatosan a víz hőmérsékletét! Ehhez a meleg víz egy részét öntse ki a pohárból és pótolja csapvízzel! Összekeverés után várja meg, amíg a hőmérő és az ellenállásmérő értéke stabilizálódik és olvassa le az értékeket! Így változtatva a hőmérsékletet, mérjen legalább 5-6 pontban!

- *A mérési adatok alapján ábrázolja grafikonon a termisztor ellenállásának hőmérsékletfüggését!*
- *A kapott ellenállás-hőmérséklet karakterisztikát tekintse a termisztor-hőmérő kalibrációs grafikonjának! A termisztor két ujjá közé szorítva határozza meg a testhőmérsékletét!*
- *Becsülje meg, mekkora lenne a termisztor-hőmérő ellenállásának értéke olvadó jégben!*

Megjegyzés:

A termisztor ellenállásának hőfokfüggése NEM lineáris. Ahhoz, hogy az olvadó jég hőmérsékletéhez tartozó ellenállás értékét meg tudjuk becsülni, szükséges, hogy mérésünket a csapvíz hőmérséklete közelében fejezzük be, és a mért görbe széléhez illesztett egyenessel extrapoláljunk.

https://youtu.be/7_fH4x79QT4?list=PL_AyKokTL2di0BSuou1iUvjOh-iF7TmHI

15.

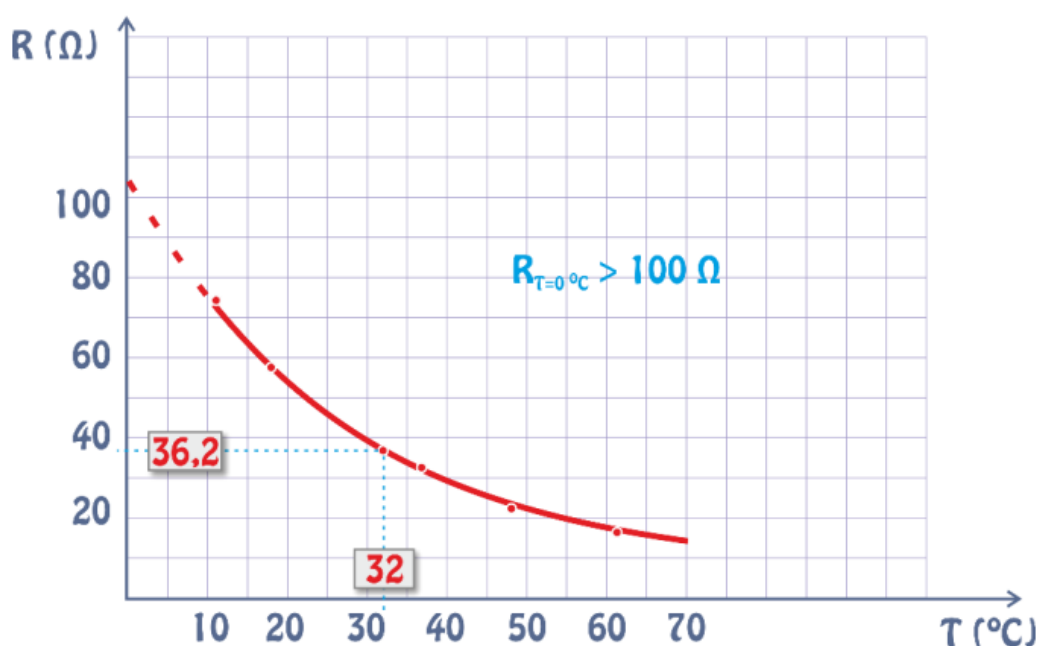
javaslat a felelet felépítésére:

- **Ismertesse a kísérleti összeállítást, és mutassa be a mérés eredményét!**
- **Hogyan használható a termisztor hőmérsékletmérésre az ellenállás-hőmérséklet karakterisztika ismeretében? Hogyan mérte meg a termisztorral testhőmérsékletét? Értelmezze az eredményt! (Hasonlítsa össze közelítő testhőmérsékletével, értelmezze az eltérés lehetséges okait!)**

– **Hogyan becsülte meg a termisztor elektromos ellenállását olvadó jégben? Miből adódik, és mekkora lehet a becslés hibája?**

A tiszta félvezetők ellenállása erősen függ a hőmérséklettől. A függvénykapcsolat ismeretében az ellenállás méréséből a hőmérsékletre lehet következtetni. Ezen az elven működik a félvezető ellenállás-hőmérő az ún. termisztor. Az ellenállásmérést digitális multiméterrel, ellenállásmérés üzemmódban végezzük. Ebben az üzemmódban a műszer néhány voltos belső áramforrása működik, és rövidzár esetén 1-2 mA áramot ad le. A mérés során tehát az ellenállásra jutó teljesítmény csekély, melegítő hatása elhanyagolható. A mérendő hőmérsékletet a termisztor hőkapacitásánál lényegesen nagyobb vízmennyiség hőmérsékletével, a meleg és hideg víz keverési arányával állítjuk be. A víz hőmérsékletét folyadékos hőmérővel mérjük.

T (°C)	61	48	36	31	19	12
R (Ω)	15,8	22,0	32,7	38,4	57	75,2



A próbamérés eredményeit az értéktáblázat foglalja össze. Az értékpárokat ábrázolva kapjuk a termisztor ellenállás-hőmérséklet karakterisztikáját. A bemutatott grafikonon jól látszik, hogy az ellenállás hőmérsékletfüggése nem lineáris. A hőmérséklet csökkenésével az ellenállás rohamosan nő. A mérési pontokra illesztett görbe a termisztor-hőmérő kalibrációs grafikonjaként használható. Ezt illusztráljuk, amikor a feladat szerint a termisztort két ujjunk közé szorítva mérjük az ellenállást, és az ellenállás értékéből a grafikon segítségével meghatározzuk a két ujjunk közötti hőmérsékletet. A kb. lencse nagyságú és alakú termisztort két ujjunk közé szorítva megvártuk, amíg beállt a hőmérsékleti egyensúly (1-2 perc), majd leolvastuk a digitális műszeren az ellenállást. A grafikon függőleges tengelyén kikerestük a mért értéket, és vízszintes egyenest húzva megkerestük a grafikon ehhez tartozó pontját, majd függőleges vetítéssel meghatároztuk a hőmérsékletet. A grafikonon bekeretezve tüntettük fel a mért ellenállást (36,2 Ω) és az ennek alapján kapott hőmérsékletet. Két ujjunk közt a hőmérséklet kb. 32 $^{\circ}\text{C}$.

A feladat szerint meg kell becsülni mekkora lenne a termisztor ellenállása olvadó jégben (0 $^{\circ}\text{C}$). Mivel a karakterisztika mért tartománya nem terjed ilyen alacsony hőmérsékletre és az R - T függvény nem lineáris, csak hozzávetőleges értéket tudunk megadni. A kimért görbe szerint az ellenállás rohamosan nő a hőmérséklet csökkenésével. Mivel a függvény emelkedését nehezen

tudjuk megbecsülni, lineáris közelítést alkalmazhatunk. A mért grafikon felső szakaszához illeszkedő (érintő) egyenessel folytatjuk a görbét, és meghatározzuk, hogy mekkora ellenállás tartozna így a 0 °C hőmérséklethez. Az extrapoláció egyenesét szaggatottan rajzoltuk az ábrán.

E szerint a keresett ellenállás értéke kb. 100 Ω . A lineáris extrapoláció miatt ez kisebb a termisztor 0 °C -on várható ellenállásánál.

16. Felületi feszültség mérése

Feladat:

Ismert átmérőjű hajszálcső vízbe mártásával határozza meg a víz és az üveg közötti felületi feszültséget! Eredményét felhasználva állapítsa meg egy ismeretlen vastagságú cső belső sugarát! Csepegtetési módszerrel állapítsa meg, hogyan változik meg a víz felületi feszültsége, ha kis mennyiségű mosogatószer oldunk fel a vízben!

Szükséges eszközök:

Egy ismert és egy ismeretlen belső átmérőjű kapilláris üvegcső; egy kicsi és egy nagy mérőpohár; vonalzó; víz; két szemcseppentő; kis térfogatú (pl. 5 cm³-es) mérőhenger; folyékony mosogatószer; keverőlapát.

A mérés leírása:

A mérés első része:

Az ismert belső átmérőjű kapilláris cső végét mártsa tiszta vízbe, majd óvatosan emelje ki a függőlegesen tartott csövet. Vonalzó segítségével mérje meg a csőben maradt víz magasságát. A vízoszlop tetején homorú felület alakul ki, ennek legalsó pontját tekintse a vízoszlop felső pontjának. Ugyanezt a mérést végezze el az ismeretlen átmérőjű kapilláris csővel is. Mindkét esetben mérjen háromszor, mérési eredményeit átlagolja.

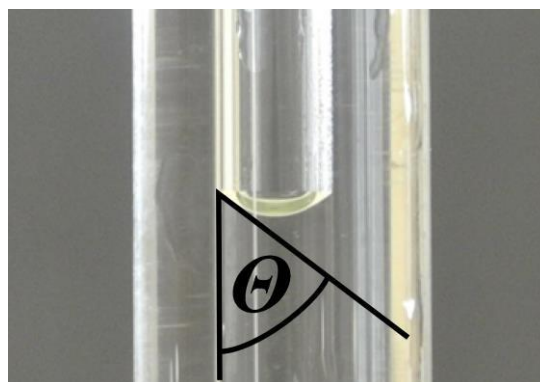
Számításaihoz az alábbi összefüggést használja a víz és az üveg közötti γ felületi feszültség értékének meghatározására:

$$\gamma = \frac{h \cdot \rho \cdot g \cdot r}{2 \cdot \cos \theta}$$

ahol h a kapilláris csőben maradt vízoszlop magassága, ρ a víz sűrűsége, g a nehézségi gyorsulás értéke, r a kapilláriscső belső sugara, θ pedig a nedvesítés szöge.

Megjegyzések:

A nedvesítés θ szöge víz és hagyományos üveg esetén kb. 55°.



A mérés során a vízből kiemelt kapilláris cső alján a víz kicsiny görbülettel kidudorodik. Ennek mérést befolyásoló hatását hanyagolja el. A mérés második része:

Az egyik szemcseppentővel óvatosan adagoljon 1 cm³ tiszta vizet a mérőhengerbe, miközben megszámolja a cseppek számát. Az adagolást ismételje meg háromszor, majd átlagolja. Mérjen ki 50 cm³ vizet egy kisméretű mérőpohárba, majd a másik szemcseppentő segítségével cseppentsen 10 csepp folyékony mosogatószer ebbe a vízbe, végül keverje el alaposan az oldatot. Ezt a szemcseppentőt tegye félre. A korábban használt szemcseppentő segítségével adagoljon újra 1 cm³ oldatot a kiürített mérőhengerbe, miközben megszámolja a cseppek számát. Az adagolást ismételje meg háromszor, majd átlagolja.

Ismeretes, hogy csepegtetés közben a cseppek tömege egyenesen arányos a folyadék felületi feszültségével.

Megjegyzés:

A kis mennyiségű mosogatószer nem változtatja meg számottevő módon a víz sűrűségét.

- *Határozza meg az ismert hajszálcső mérési adatai alapján a víz és az üveg közötti felületi feszültség értékét!*

- Az ismeretlen belső átmérőjű csőben kialakuló folyadékoszlop magassága alapján határozza meg a cső belső sugarát!
- A csepegtetési módszer alapján állapítsa meg, hogyan változik meg (hányszorosára nő, vagy hányszorosára csökken) a víz felületi feszültsége, ha híg mosószeres oldatot készül belőle!

<https://www.youtube.com/watch?v=fkrvOL5sOiE>

16. tétel

Javaslat a felelet felépítésére:

- Végezze el a méréseket!
- Az ismeretlen belső átmérőjű csőben kialakuló folyadékoszlop magassága alapján határozza meg a cső belső sugarát!
- Mutassa be a víz felületi feszültségének változását mosószer hatására!

$$\gamma = \frac{h \cdot \rho \cdot g \cdot r}{2 \cdot \cos \Theta} = \frac{h \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot r}{2 \cdot \cos 55^\circ} = \frac{0,01 \text{ m} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,00125 \text{ m}}{2 \cdot \cos 55^\circ}$$

$$\gamma = 0,107 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

h -t mérni kell (méterben!), r meg lesz adva (ezt is méterben kell számolni)! A felületi feszültség mértékegysége $\frac{\text{N}}{\text{m}}$.

$$r^* = \frac{h \cdot r}{h^*} = \frac{1 \text{ cm} \cdot 1,25 \text{ mm}}{1,7 \text{ cm}} = 1,44 \text{ mm}$$

A felületi feszültség a folyadékok alapvető tulajdonsága, ami miatt a folyadékok a lehető legkisebb fajlagos felületű alakzatot igyekeznek felvenni, ha külső erőter nem hat rájuk. Oka a folyadék részecskéi között fellépő kohéziós erő. Ezért gömb alakú a kisméretű lebegő folyadékcsepp, vagy a szappanbuborék.

A módszer azon alapul, hogy egy vízszintes helyzetű r sugarú körlapra függeszkedő ρ sűrűségű folyadékcsepp V térfogata legfeljebb akkora lehet, hogy $V\rho g$ súlyát a γ felületi feszültségből származó $2\pi r\gamma$ nagyságú adhéziós erő még éppen tartani tudja.

$$F = G$$

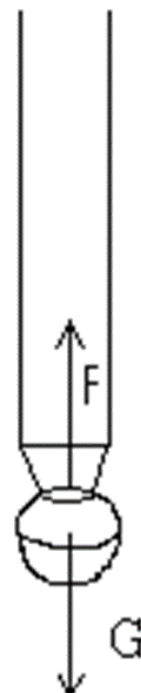
$$2 \cdot r \cdot \pi \cdot \gamma = m \cdot g$$

$$\frac{\gamma}{m} = \frac{g}{2 \cdot r \cdot \pi} = \text{állandó}$$

Egy csepp tömege és térfogata (tisztá víz, illetve szappanos víz):

$$\rho = \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} = \frac{m_1}{\frac{1 \text{ cm}^3}{N_1}} = \frac{m_2}{\frac{1 \text{ cm}^3}{N_2}} = m_1 \cdot N_1 = m_2 \cdot N_2$$

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{50}{20} = 2,5$$



16. – értékelési szempontok

- 1. A mérés első és második részének elvégzése: 10 pont*
- 2. Megfelelő elméleti háttértudás a témakörben: 6 pont*
- 3. A mérési eljárás és az eredmények szakszerű bemutatása: 9 pont*
- 4. A szabadesés: 5 pont*
- 5. A szabadesés grafikonjai: 5 pont*
- 6. Út, gyorsulás meghatározása grafikonból: 5 pont*
- 7. Galilei csillagászati munkássága: 5 pont*

17. A víz törésmutatójának meghatározása

Feladat:

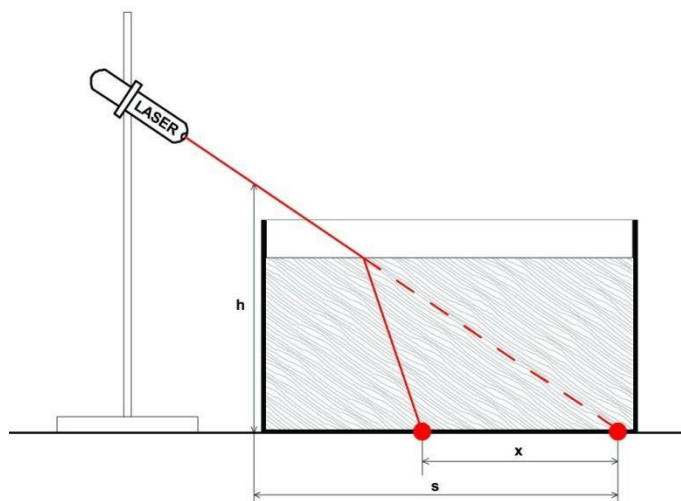
Állítsa össze és végezze el a leírt kísérletet!

Mérési adatai alapján határozza meg a víz levegőre vonatkoztatott törésmutatóját!

Szükséges eszközök:

Vékony falú, sík aljú üveg- vagy műanyagkád (ragasztott akvárium), lézerdíóval működő ún. előadási lézerfénymutató, milliméterpapír, mérőszalag, Bunsen-állvány díóval, kémcsőfogóval (a lézer rögzítésére), tálca, tiszta víz tárolóedényben.

A kísérlet összeállítási rajzát az ábra mutatja



A mérés leírása

Az üres üvegekád alá helyezze el a milliméterpapírt! A lézert rögzítse a befogóba és irányítsa ferdén a kád aljára. (Célszerű a lézert a lehető leglaposabb szögbe állítani, úgy, hogy a fényfolt a kád oldalához közel, a mm-papír egy osztásvonalára essék.) A kád fényforrás felőli oldalánál mérje meg a ferde lézersugár magasságát (h) és a kád alján a fényfolt távolságát (s)! Töltsön fokozatosan egyre több vizet a kádba! Mérje a vízszint magasságát és a lézerfolt eltolódásának mértékét (x) a kád alján! (Ez utóbbit a milliméterpapír segítségével olvassa le!)

- Értelmezze a fényfolt eltolódását a kád alján!
- A mért adatok alapján határozza meg a víz levegőre vonatkoztatott törésmutatóját!

<https://youtu.be/eVwIvLD7QN4?t=40>

17.tétel

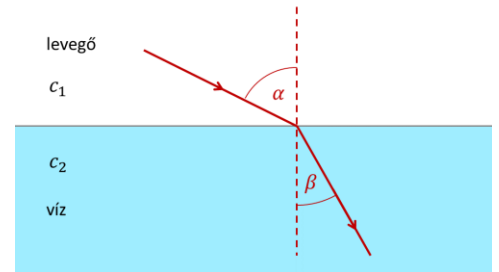
Javaslat a felelet felépítésére:

- Készítsen vázlatot a kísérletről: tüntesse fel a sugármeneteket! Magyarázza el a rajz segítségével a törésmutató meghatározására alkalmazott módszert, a kiértékelés módját!
- Ismertesse a mérési eredményt! Melyek azok a hatások, amelyek a mérés hibáját eredményezhetik, mekkora lehet ez a hiba?

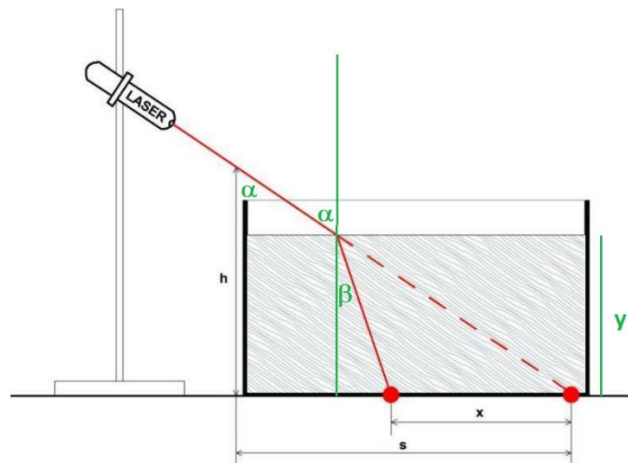
A víz törésmutatójának meghatározása a Snellius-Descartes törvény alapján történik:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

A vízszint magassága legyen y .



	1.	2.	3.
h (cm)		17	
s (cm)		22	
y (cm)	4,7	7,9	9,5
x (cm)	2	4	5



Mivel $\operatorname{tg} \alpha = \frac{s}{h}$, így α és $\sin \alpha$ könnyedén számítható (ez mindig ugyanannyi!)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{22 \text{ cm}}{17 \text{ cm}} = 1,29 \rightarrow \alpha = 52,3^\circ \rightarrow \sin \alpha = 0,79$$

A rajz alapján látszik, hogy

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{s - x - (h - y) \cdot \operatorname{tg} \alpha}{y} = \frac{s - x - (h - y) \cdot \frac{s}{h}}{y} = \frac{s - x - s + y \cdot \frac{s}{h}}{y} = \frac{s}{h} - \frac{x}{y}$$

Innen mindhárom esetben kiszámítható a $\operatorname{tg} \beta$, s az ezekből számított β értékek átlagával kiszámíthatjuk a $\sin \beta$ értékét.

$$\operatorname{tg} \beta_1 = 1,29 - \frac{2}{4,7} = 0,86 \rightarrow \beta_1 = 40,84^\circ$$

$$\operatorname{tg} \beta_2 = 1,29 - \frac{4}{7,9} = 0,78 \rightarrow \beta_2 = 38,08^\circ$$

$$\operatorname{tg} \beta_3 = 1,29 - \frac{5}{9,5} = 0,76 \rightarrow \beta_3 = 37,37^\circ$$

$$\beta = \frac{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3}{3} = \frac{40,84^\circ + 38,08^\circ + 37,37^\circ}{3} = 38,76^\circ \rightarrow \sin \beta = 0,626$$

A keresett törésmutató:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{0,79}{0,626} = 1,26$$

A leolvasás pontatlansága okozhat mérési hibát, majd a számolások tovább növelik ezt a hibát. A víz levegőre vonatkoztatott törésmutatójának irodalmi értéke 1,33. Tehát a hiba nagysága kb.:

$$\frac{|n_{\text{mért}} - n_{\text{irodalmi}}|}{n_{\text{irodalmi}}} = \frac{|1,26 - 1,33|}{1,33} = 0,052 \rightarrow 5\%$$

18. A domború lencse fókusz távolságának meghatározása ún. Bessel-módszerrel

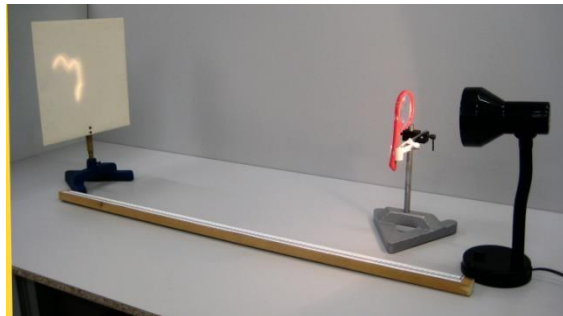
Feladat: Állítsa össze a kísérletet!

Határozza meg a leírt Bessel-féle módszerrel a lencse fókusz távolságát!

Szükséges eszközök:

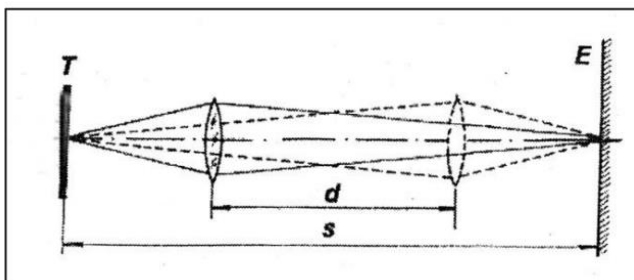
Nagyobb átmérőjű, kb. 10-20 cm fókusz távolságú gyűjtőlencse üvegből vagy műanyagból, fehér papír vagy pausz ernyő, asztali lámpa 25 W-os izzóval, optikai pad mozgatható lovasokkal, a lencse, az ernyő rögzítésére szolgáló befogókkal; mérőszalag.

(Ha az optikai pad a tartozékokkal nem áll rendelkezésre, megfelel a fotón bemutatott összeállítás is. A leképező lencse egyszerű kézi nagyító, az izzósál és az ernyő távolsága 1 m, a lencse helyzetének változása a méterrúdra ragasztott papír mérőszalaggal mérhető.)



A mérés leírása

A fókusz távolság meghatározására alkalmas kísérleti technika az ún. Bessel-módszer. A tárgyat és az ernyőt egymástól alkalmas távolságban rögzítjük, a távolságot (s) lemérjük és a továbbiakban nem változtatjuk. Megkeressük a tárgy és az ernyő közt azt a lencsehelyzetet, amelynél éles nagyított képet látunk az ernyőn. Ezután a lencsét eltoljuk az ernyő felé addig, míg a tárgy éles kicsinyített képe megjelenik. Megmérjük a lencse elmozdításának távolságát (d). A mérés sematikus rajzát az ábra mutatja.



A lencse fókusz távolsága a mért adatokból az

$$f = \frac{(s+d) \cdot (s-d)}{4s}$$

összefüggés alapján határozható meg.

- Állítsa össze a kísérletet!
- A mérést elvégezve határozza meg a lencse fókusz távolságát!

Megjegyzés:

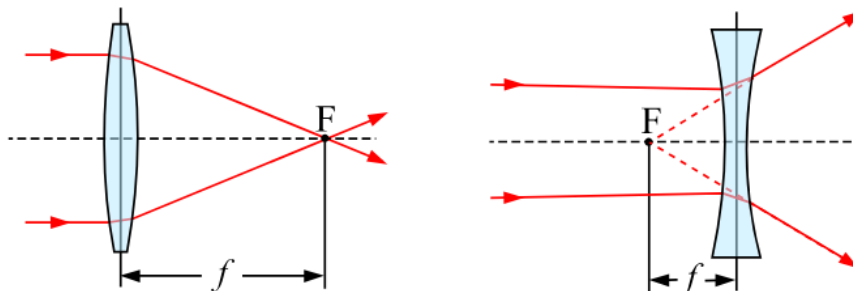
A Bessel-módszerrel kapott fókusz távolság pontosabb, mint amit közvetlenül kapnánk a leképezési törvény alapján, mérve a kép- és tárgytávolságot. Ez utóbbiak mérése ugyanis nem egyszerű a lencse görbülete miatt.

18. tétel

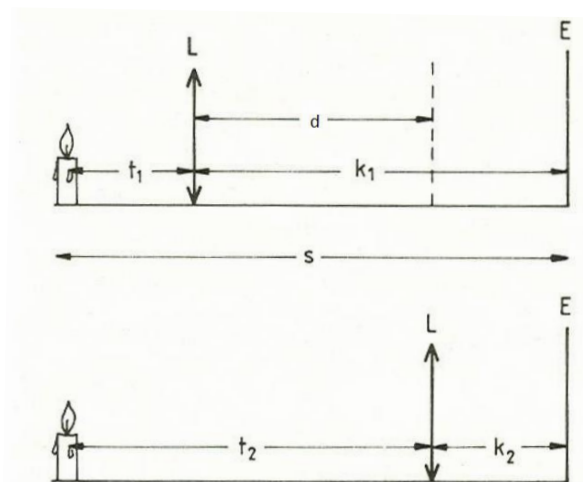
Javaslat a felelet felépítésére:

- Ismertesse a fókusz távolság fogalmát!
- Ismertesse az elvégzett kísérletet, értelmezze a leképezést a lencse mindkét helyzetében! Határozza meg a megadott formula segítségével a lencse fókusz távolságát!
- Mennyire pontos a fókusz távolság mérése! Mi okozza az eredmény bizonytalanságát?

A fókusz távolság az optikai lencse főtávja és fókuszpontja (F) és a fókuszpontja közötti távolság. A fókuszpont az a pont, ahová az objektív a párhuzamosan beeső fénysugarakat összegyűjti (gyűjtőlencse), vagy a fénysugarak onnan indulnak ki (szórólencse).



Az eljárás alapja a fénysugár megfordíthatósága, azaz a kép- és tárgytávolság felcserélhetősége. Az optikai padon a gyertyát (tárgy) és az ernyőt egymástól olyan s távolságra helyezük, hogy az ernyőn a közéjük helyezett L gyűjtőlencsével a tárgy nagyított (1.) és kicsinyített (2.) képét egyaránt előállíthassuk.



Megmérjük a tárgy és a lencse közötti s távolságot (3. ábra). A lencsét úgy állítjuk be, hogy az ernyőn a láng nagyított képét lássuk. Jegyezzük fel ekkor a lencse helyét (t_1)! Ezután az optikai padon toljuk el a lencsét úgy, hogy az ernyőn a gyertyaláng kicsinyített képe jelenjen meg. Írjuk fel ekkor is a lencse helyét (t_2)! A kettő különbsége d . ($t_2 - t_1 = d$)

Tudjuk, hogy $t_1 = k_2$ és $t_2 = k_1$

A gyűjtőtávolság meghatározására szolgáló képlethez a következő módon juthatunk:

A leképezési törvény:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{k_1} = \frac{1}{t_2} + \frac{1}{k_2}$$

Az ábráról leolvasható, hogy

$$\begin{aligned} t_2 + k_2 &= s \\ t_2 - k_2 &= d \end{aligned}$$

Ezekből:

$$t_2 = \frac{d + d}{2}$$

$$k_2 = \frac{s - d}{2}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t_2} + \frac{1}{k_2} = \frac{2}{s + d} + \frac{2}{s - d} = \frac{2(s - d) + 2(s + d)}{(s + d)(s - d)} = \frac{4s}{(s + d)(s - d)}$$

$$f = \frac{(s + d)(s - d)}{4s}$$

	1.	2.	3.
s (cm)	80	60	50
d (cm)	51	27	11
f (cm)	11,87	11,96	11,89
$f_{\text{átlag}}$ (cm)	11,9		

$$\Delta f_{\text{átlag}} = \frac{|11,9 - 11,87| + |11,9 - 11,96| + |11,9 - 11,89|}{3} = 0,033$$

$$f = 11,9 \text{ cm} \pm 3,3\%$$

A mérés hibája 3,3%-os, ezért kellően pontosnak tekinthető. A mérés bizonytalanságát a távolságmérés (leolvasás) pontatlansága okozza.

19. A fényelhajlás jelensége optikai rácson, a fény hullámhosszának meghatározása

Feladat:

Optikai ráccsal bemutatott fényelhajlási kísérlet segítségével határozza meg a fény hullámhosszát!

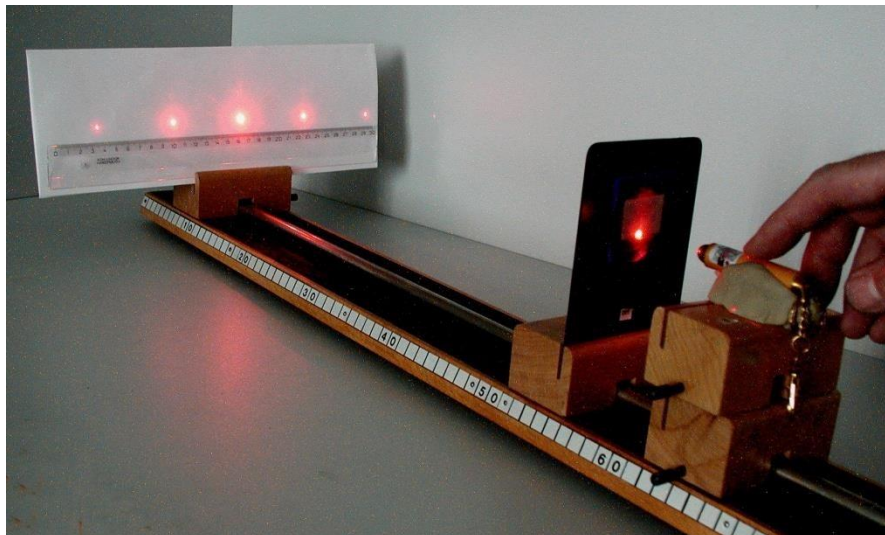
Szükséges eszközök:

Kis teljesítményű fénymutató-lézer, optikai sín lovasokkal, ernyő, ismert rácsállandójú optikai rács, mérőszalag, vonalzó.

A mérési összeállítást a fotó mutatja.

A mérés leírása

Az optikai sín végére rögzítsünk széles ernyőt, az ismert rácsállandójú optikai rácsot helyezzük a sínen mozgatható lovasba tett diatartóba, majd a rácsot világítsuk át lézerfényvel! Lézer-fényforrásként kis energiájú He-Ne lézert, vagy lézerdiódával működő, olcsó, ún. fénymutató-lézert használhatunk. Ez utóbbi irányításának és rögzítésének legegyszerűbb módja az, ha a ceruzavastagságú, néhány cm hosszú eszközt játékgyurmába ágyazzuk.



A lézerfény a rácson áthaladva elhajlik. Az ernyőn szimmetrikusan megjelenő interferencia-maximumok nappali világításban is jól láthatók.

- *Mérje le a kísérleti összeállításon az optikai rács és az ernyő távolságát, valamint az ernyőn az első elhajlási maximum és a direkt sugár foltjának (középső, legerősebb megvilágítású folt) távolságát!*
- *A mért hosszúságadatok és az optikai rács megadott rácsállandóját felhasználva határozza meg a lézerfény hullámhosszát!*
- *A mérési hiba csökkentése érdekében ismételje meg a hullámhossz meghatározását más ernyő-rács távolságok esetén is! A különböző kísérletek során kapott λ értékeket átlagolja!*

https://youtu.be/qjq9a-bfSv8?list=PL_AyKokTL2di0BSuou1iUvjOh-iF7TmHI

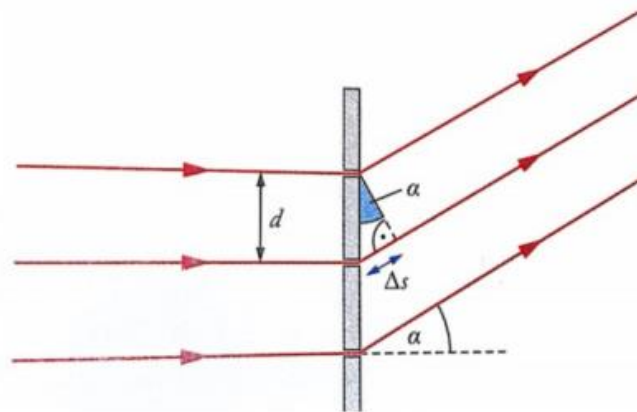
19. tétel

Javaslat a felelet felépítésére:

- Ismertesse az ernyőn létrejött kép kialakulásának elméletét!
- Magyarázz el az összeállításról készített vázlatrajzon a mérés kiértékelését, és ismertesse az eredményt!
- Mennyire megbízható a kapott eredmény?
- Milyen okai lehetnek a hibának? Javasoljon módszert a hiba csökkentésére!

Elméleti áttekintés:

Ha az akadály (pl. rés) mérete összemérhető a hullámhosszal, akkor a hullám behatol a rés mögötti árnyéktérbe. Ekkor a hullámfront (minden pontja azonos fázisú) meggömbül. A Huygens-Fresnel elv értelmében a hullámtér minden pontja elemi hullámok kiindulópontja, melyek találkozására interferenciát eredményezhet. Az interferencia a koherens hullámok találkozásakor észlelhető, tartósan megmaradó mintázatú hullám-szuperpozíció. Koherens hullámok időben állandó fáziskülönbséggel találkoznak. A szomszédos résekből kiinduló és egymással párhuzamosan haladó hullámok között útkülönbség (Δs) lép fel.



Az útkülönbség az ábra szerint, geometriai megfontolásból a következő módon adható meg:

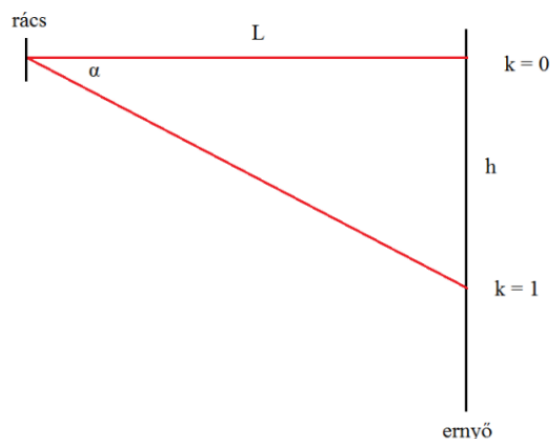
$$\Delta s = d \cdot \sin \alpha$$

Az erősítés feltétele, hogy azonos fázisban ériék az ernyőt a szomszédos fénycsugarak. Ekkor az útkülönbség a hullámhossz egész számú többszöröse.

$$\Delta s = k \cdot \lambda \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ekkor az ernyőn jól érzékelhető fényfoltot láthatunk. Azokban az irányokban, amelyekre a fenti feltétel nem teljesül, az ernyő sötét marad. A fenti egyenletekből:

$$\sin \alpha = \frac{k \cdot \lambda}{d}$$



Az ábráról leolvasható, hogy

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{L}$$

Az első erősítés esetén $k=1$, így:

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{d}$$

Innen adódik, hogy $\lambda = d \cdot \sin \alpha$, ahol d a rácsállandó, h a direkt sugár és az első maximum távolsága, valamint L a rács-ernyő távolság.

A mérés leírása:

1. Az optikai sín végén rögzítsük a lézert, majd a rácsot, illetve az ernyőt!
2. Több L esetben mérjük meg a direkt fény (0. erősítés) és az 1. maximum (h) távolságát!
3. A fenti képletből számítsuk ki a lézerfény hullámhosszát (λ) és a kapott eredményeket átlagoljuk!

$d = 5 \cdot 10^{-6}$ m (200/mm van írva a rácsra, tehát egy milliméteren 200 rés van. A rések távolsága a rácsállandó.)

	1.	2.	3.	átlag
L (cm)	10	20	30	
h (cm)	1,4	2,7	4	
α (°)	7,97	7,69	7,59	
λ (nm)	693,2	668,9	660,8	674,3
$\Delta\lambda$ (m)	18,9	5,4	13,5	12,6

A végeredmény: $\lambda = 674,3 \text{ nm} \pm 12,6 \text{ nm}$ ($\lambda = 674,3 \text{ nm} \pm 1,87\%$)

A hiba 2%-nál kevesebb, tehát ez egy megbízható eredmény. A távolságmérés pontosságával lehetne növelni a mérés pontosságát.

19. tétel – értékelési szempontok

1. A kísérlet összeállítása, a mérés elvégzése. 8 pont
2. Megfelelő elméleti háttértudás a témakörben: 7 pont
3. A mérési eljárás és az eredmények szakszerű bemutatása: 6 pont
4. A mérési körülmények elemzése, a hiba becslése: 4 pont
5. A perdület fogalma: 5 pont
6. A perdület megmaradásának feltételei: 5 pont
7. Perdületmegmaradás a Föld keringése során: 5 pont
8. Gyakorlati példa a perdületmegmaradásra: 5 pont
9. Felépítés, kifejtés: 5 pont

20. Erőhatás távolságfüggésének kimérése neodímium mágnesek között

Feladat:

Egymást taszító, neodímium mágnesek közötti erőhatás távolságfüggésének kimérése.

Szükséges eszközök:

Két darab henger alakú neodímium mágnes (például átmérő: 10 mm, magasság: 20 mm); egy vékony, hosszú, egyik végén zárt plexicső, amelynek belső átmérője kissé nagyobb a mágnesek átmérőjénél; fahasáb, melynek közepén furat található (abba lehet beilleszteni a plexicsövet); különböző tömegű, lehetőleg ólomból vagy rézből készült hengerek, melyek beleférnek a plexicsőbe; műanyag vonalzó; digitális mérleg.

A mérés leírása:

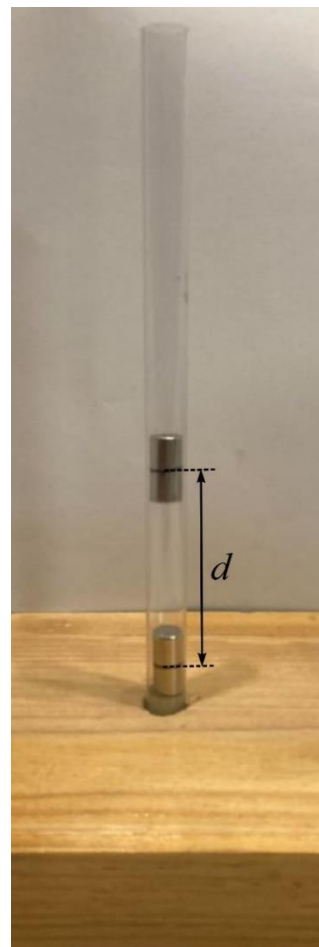
A mérőhelyen egy olyan összeállítás áll rendelkezésre, mint amit a jobb oldalon látható fénykép mutat. A plexicsőben két neodímium mágnes található, melyek taszítják egymást. Óvatosan szedje szét az összeállítást, a fahasábot helyezze a mérlegre, majd tárazza (nullázza) a mérleget. Végül helyezze az egyik mágnes a fahasáb tetejére, és határozza meg a tömegét. (A másik mágnes maradjon a plexicsőben, és figyeljen arra, hogy a nagyon erős mágnesek ne csapódjanak egymáshoz. A tömegmérésnél a fahasábra azért van szükség, hogy az erős mágnes ne befolyásolhassa a mérleg működését.) Rakja össze az összeállítást az eredeti formájában. Vigyázzon arra, hogy a mágnesek taszítsák egymást.

Mérje le a mérőhelyen lévő ólomból vagy rézből készült fémhengerek tömegét! Jegyezze fel az adatokat!

Mérje meg műanyag vonalzóval a mágnesek bejelölt középvonalának a távolságát. Majd kezdje az ólomból vagy rézből készült hengerekkel felülről terhelni a felső mágneset, és minden egyes terhelésnövelésnél mérje le a mágnesek középvonalának a távolságát. A terhelést addig növelje, ameddig be nem telik a terhelő súlyokkal a plexicső.

Útmutatás: Megmutatható, hogy a mágnesek között ható erő a következő alakban írható fel: $F = Ad^n$, ahol A egy állandó, d a középvonalak közötti távolság, n pedig egy hatványkitevő.

- Számítsa ki a különböző terhelések esetében a mágnesek között ható F taszítóerő nagyságát newton-egységben! Foglalja táblázatba ezeket a taszítóerőket és a hozzájuk tartozó középvonalak közötti d távolságot milliméter egységben! - Rajzolja fel az F - d grafikont!
- Egészítse ki a táblázatot úgy, hogy abban szerepeljen az F erő értékének a logaritmusa, továbbá a d távolság értékének a logaritmusa! Bármilyen alapú logaritmust használhat, például 10-es alapú logaritmust. Ábrázolja $\log(F)$ -et $\log(d)$ függvényében milliméterpapíron, és a kapott pontokra minél jobban illeszkedő egyenest rajzoljon be vonalzóval!
- Az adatokra illesztett egyenes meredekségéből határozza meg a mágnesek közötti taszítóerő távolságfüggésének hatványkitevőjét!



20. tétel

Javaslat a felelet felépítésére:

- Ismertesse a mágnesek közötti kölcsönhatás jellegét a mágneses pólusok fogalmának felhasználásával!
- Hasonlítsa össze a mágnesek között fellépő erők távolságfüggését a töltések között fellépő erők távolságfüggésével!
- Mutassa be a mérés pontosságát befolyásoló tényezőket!

A mágnesrúd két végét mágneses pólusoknak (északi és déli) nevezzük. A mágneses pólusokat szétválasztani nem lehet. Az egyforma mágneses pólusok taszítják, míg a különbözőek vonzzák egymást. (Az elektromos töltésekhez hasonlóan.)

A töltések között fellépő erő távolságfüggése:

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Tehát az erő a távolság négyzetével fordítottan arányos. ($F_e \sim d^{-2}$)

A mágnesek között fellépő erő távolságfüggése:

$$F = Ad^n$$

A mérés szerint az erő kb. a távolság negyedik hatványával fordítottan arányos. ($F_m \sim d^{-4}$)

	m (kg)	d (mm)	F (N)	$\lg(d)$	$\lg(F)$
1.	0,007	56	0,0686	1,748	-1,164
2.	0,036	40	0,3528	1,602	-0,452
3.	0,065	35	0,637	1,544	-0,196
4.	0,096	30	0,9408	1,477	-0,027
5.	0,128	28	1,2544	1,447	0,098

$$g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

A nehezekek azért vannak ólomból vagy rézből, hogy a mágnes ne fejtsen ki rájuk erőt.

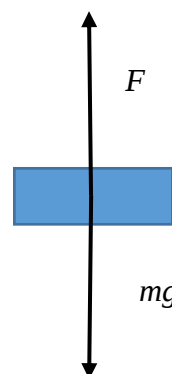
A mágnes által kifejtett erő egyenlő lesz a nehezekekre (meg a felső mágnesre) ható nehézségi erővel.

$$F = m \cdot g$$

$$F = Ad^n$$

$$\lg F = \lg A + n \cdot \lg d$$

$$(y = b + ax)$$



$$a = \operatorname{tg} \alpha$$

$$n = -\frac{0,098 - (-1,164)}{1,748 - 1,447} = \frac{-1,262}{0,301} = -4,19$$

A mérés pontosságát a tömeg- és a távolságmérés pontossága határozza meg.

